KOKOS

33. ročník ⋆ 3. leták

Vánoční prázdniny utekly jako voda a my jsme si pro tebe přichystali již třetí sérii KoKoSu. Najdeš v ní pokračování příběhu, nové zajímavé úlohy a Piroh, kde se dozvíš něco o výrokové logice. Přejeme Ti mnoho úspěchů a hodně štěstí do nového roku!

Organizátoři

Zadání úloh

Škvírami ve střeše prosvítalo na půdu svěží ranní slunce. Všichni začali pomalu otevírat oči a s úsměvem na rtech přemýšleli o nadcházejícím dni. Babička si určitě pořádně přivstala, protože se z kuchyně linula nádherná vůně. Dětem už kručelo v břiše, a tak se vydaly do chalupy ke stolu. „No páni!“ vypískl Vojta. Uprostřed stolu byl postavený dort s jahodami v želé, kolem něj pak babička vyskládala všemožné koláčky, několik druhů ovoce a především velmi oblíbené makové buchty. Ty zaujaly Katku: „Prozraďte mi, babičko, jak vy je vlastně pečete?“ „Tenhle recept mám od své maminky, ta zase od babičky, předává se po generacích už mnoho let. Nejdůležitější je při něm přesné množství ingrediencí.“

Úloha 1. (5 bodů): Na buchty je potřeba 6 vajec, 50x více gramů cukru než kusů vajec, s odečtením 100 g přesně 2x více mouky než cukru a o 300 g méně máku než mouky. V každé hlavičce máku je 100 ks zrníček máku (1 zrnko = 0.02g). Kolik hlaviček máku je potřeba?

„Ale teď už pojďme konečně slavit.“ Babička rozlila přípitek do sklenek a konečně zpívali: „…mnoga ljeta, zdravi žili, mnoga ljeta živijo…!“ Pak přišel na řadu onen dort. Všichni nakonec snědli pořádný kus, tvarohu přece nikdo neodolá. Protože ale čas letěl a měli ještě přichystané jedno překvapení, vrhli se na předávání dárků. Od babi dostal Vojta kromě skvělé hostiny taky chlupatého medvěda.

Úloha 2. (6 bodů): V hračkářství prodávali obří medvídky, jednoho za 200 korun. Na podzim už je nikdo moc nekupoval, a tak je majitel obchodu zlevnil o určité procento z původní ceny. V zimě pořád ještě nějací zaprášení medvědi zůstali na skladě, a tak se je majitel rozhodl zlevnit ještě jednou, o stejné procento jako minule, ale z již zlevněné ceny. Medvídci se tak v lednu prodávali za 72 korun. O kolik procent byli obrovští medvídci na podzim zlevněni?

Těsně před polednem vyrazili vstříc slíbenému překvapení. Po cestě do vedlejší vesnice je doprovodila velmi milá (a také velmi upovídaná) sousedka, paní Ptáčková. Když je vyzvedávala, tři pejsci se jí pletli pod nohama. Za tu krátkou dobu, co je měla doma, si je oblíbila tak, že bez nich vyrazila ven jen málokdy. Ani tento slavnostní den nebyl výjimkou, a tak se všech osm vydalo po silnici.

Úloha 3. (9 bodů): Paní Ptáčková si nedávno pořídila 3 štěňátka – Punťu, Alíka a Bobíka. Každý den chodí na 2 procházky. Alík už byl na 71 procházkách, Bobík na 67. Punťa je spáč, a tak byl jen na 39 procházkách. Se všemi pejsky naráz šla celkem 16krát, vždy chodí minimálně s jedním psem. S Alíkem a zároveň s Bobíkem se procházela 48krát, s Alíkem a Punťou byla na 24 vycházkách. S Bobíkem nebo Punťou šla na 81 procházek. Kolik dní má pejsky? (Dnešní procházka se nepočítá.)

Na pouti byla spousta atrakcí. Koupili lístky a cukrovou vatu a dali se do toho. Začali řetízkáčem, přece jen, není dobré se do něčeho takového pustit po hlavě. Následoval autodrom, housenková dráha, při níž dvakrát vyhráli jízdu zdarma, a nakonec lavice. Odpoledne už se jim ze všech těch kolotočů zamotala hlava. Babička koupila každému pytlík oříšků v karamelu, Eliška si však na té dobrotě kvůli rovnátkům moc nepochutnala. Rozhodli se vrátit domů. Paní sousedka se znovu rozpovídala. Kromě Kačky nikdo nejevil zájem o to, kolik slepic si v pondělí koupil pan Křepelka, že včera Slávkovi obědvali husu, nebo jestli bude tento rok výlov rybníka. Katka ale kladla tolik otázek, že si s jejími odpověďmi paní Ptáčková vystačila. Probrali i témata ohledně vzdělání a sportu, a tak se dostala řeč na její tři vnuky.

Úloha 4. (7 bodů): Karel, Jáchym a Honza jsou bratři. Jednomu je 8 let, druhému 10 a nejstaršímu 12 let. Každý z nich má jiný nejoblíbenější předmět a jiný nejoblíbenější den v týdnu. Karel nemá rád matematiku. Nejmladší z bratrů má nejraději tělocvik, ale není ten, kdo má rád pátky. Honzovy nejoblíbenější dny jsou soboty a zároveň je druhý nejstarší z bratrů. Jáchym má nejraději neděle. Ten z bratrů, jehož oblíbeným předmětem je matematika, není nejstarší. Jeden z bratrů má nejraději zeměpis. Přiřaďte k jednotlivým jménům věk, oblíbené předměty a dny v týdnu.

Celou cestu Štěpán, Vojta a Eliška chroupali sladké mandle. Před vraty na dvorek se rozloučili se sousedkou a chystali se dát ještě nějakou pořádnou večeři.

Úloha 5. (5 bodů): Štěpán, Vojta a Eliška dostali pytlík ořechů. Eliška jich dostala dvakrát víc než Vojta a Štěpán dokonce třikrát víc než Vojta. Cestou domů jedli své oříšky. Vojta snědl polovinu všech svých oříšků, Eliška třetinu všech svých oříšků a Štěpán čtvrtinu těch svých. Doma děti zjistily, že jim dohromady zbylo 196 oříšků. Kolik oříšků dostalo každé z dětí?

Jídlo chutnalo jako vždy skvěle. Babička připravila rychlé špagety se sýrovou omáčkou a oreganem. Vojta byl z narozeninového dne nadšený, ostatně jako všichni ostatní. Večer si ještě povídali a dostali se až ke geometrii. Eliška se ujala hlavního slova, geometrie ji vždycky bavila a šla jí snad nejlépe z celého ročníku.

Úloha 6. (8 bodů): Sestrojte úsečku dané délky a podrobně popište postup konstrukce.

a) $\sqrt[2]{8}$

b) $\sqrt[2]{13}$

c) $a\sqrt[2]{3}, a =$délka libovolné úsečky

Podařilo se jí všechno vysvětlit dokonce i Štěpánovi, ale až po tom, co mu konečně pořádně ostrouhala tužky. To už ale byla venku tma a tak se naši čtyři dobrodruzi rozhodli pořádně vyspat na další den.

*Řešení úloh 3. série posílejte do **11.2.2021** na známou adresu:*

KoKoS
Gymnázium Mikuláše Koperníka
17. listopadu 526
743 11 Bílovec

Autorská řešení 2. série

Úloha 1.

Předpovědi na jeden den jsou 2: Slunce (S), nebo déšť (D). Předpovědi na 2 dny jsou 3: SS, SD, DS. Takto vypočítám počet předpovědí na 3 dny: Pokud první den svítilo slunce, můžu přidat jakoukoliv předpověď na 2 dny:

S + SS

S + SD

S + DS

Pokud první den pršelo, musím přidat slunečný den a jednu z možností:

D + S + S

D + S + D

Z toho mi vyplývá, že počet předpovědí je roven součtu předpovědí na předchozí 2 dny. Takže předpovědí na 3 dny je 2 + 3, tedy 5. Pokud se budu držet tohoto postupu, zjistím, že na 4 dny je jich 8, na 5 dní je jich 13, na 6 dní je jich 21 a na 7 dní 34. Na 7 dní existuje 34 různých předpovědí.

Adél

Úloha 2.

Nejdříve si vypíšeme, co známe ze zadání:
$s = 30km$
v kola= v babety - $14m/s \ldots vb - 50.4km/h$ (zde převedeme jednotky z m/s na km/h)
$t_k = t_b + 10800s \ldots t_b + 3h$
t = tb + 1.5 h
v souseda = $85km/h$
v babety = ?
t souseda = ?

. . . .
$\Rightarrow$ Jedná se o úlohy pro rychlost, dráhu a čas, tzn. potřebujeme vzorec $s = v * t$ z čehož vyvodíme, že $t = s/v$

⇒ Jelikož známe s, můžeme dosadit do $s = v * t$ tak, abychom zjistili rychlost babety. Na to potřebujeme mít neurčenou jenom jednu proměnnou vb, proměnnou tb tedy nahradíme vzorcem s/v

$s = v * t$

$s = (v_b – 50.4)(t_b + 3)$

$30 = (v_b - 50.4)(30/v_b + 3)$

$30vb = 30v_b + 3v_b^2 - 1512 - 151.2v_b$

$0 = 3v_b^2 - 151.2v_b – 1512$

⇒ kvadratická rovnice. . . řešíme přes diskriminant $D = b^2 - 4ac$

D = 41 005.44

$\sqrt[2]{D} = 202.5$

$x_1 = (-b + \sqrt[2]{D})/2a$

$= 58.95km/h$ . . . babeta

$x_2 = (-b - \sqrt[2]{D})/2a$

$= -8.55X$ . . . kolo . . . vychází v mínusu

$v_k = v_b - 50.4$

$vk = 8.55km/h$ . . . kolo

⇒ Dráha souseda je rovna dráze babičky, ovšem soused vyjel o hodinu a půl později

$s_1 = s_2$

$8.55(t + 1.5) = 85t$

$t = 0.17h = 10$ minut

Soused dožene babičku za 10 minut.

Eliška

Úloha 3.

$3! - 3 - 3 = 0$

$(3! - 3)/3 = 1$

$(3 + 3)/3 = 2$

$3 + 3 - 3 = 33! + 3!/3 = 8$

$3 + 3/3 = 43 + 3 + 3 = 9$

$3! - 3/3 = 5$

$3x3 - 3 = 6$

$3! + 3/3 = 7$

Vojta

Úloha 4.

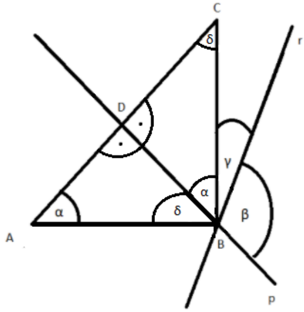
$0,6l = 600cm^3$
$V = a * b * c$
$600 = 5 * 6 * c$
$c = 20cm$
$S = 2 * (a * b + b * c + a * c)$
$S = 500cm2$
S bez vrchní podstavy$= 500 - 5 * 6 = 470$
Teď k tomuto výsledku připočítáme jeho 20% :
$470 : 100 * 20 = 94$
$470 + 94 = 564cm^2$

VÁLEC
$V = \pi r2v$
$600 = 3.14 * 9 * v$
$v = 21.23$
$S = \pi r2 + 2\pi rv$
$S = 28.26 + 399.97$
$S = 428.23cm^2$
Teď k tomuto výsledku připočítáme jeho 20% :
$428.23 : 100 * 20 = 85.646$
$428.23 + 85.646 = 513.876$(zaokrouhlíme na $514cm^2$)
Výsledek: Z hlediska materiálu byl úspornější tvar válce.

Magda

Úloha 5.

V zadání tohoto příkladu se vyskytla chyba - trojúhelník je pravoúhlý a zároveň rovnoramenný, velikost úhlu α tedy nemůže být rovna třináctému prvočíslu. Trojúhelník tedy neexistuje. Tato nesrovnalost byla zohledněna při bodování řešení. Pokud připustíme, že takový trojúhelník může existovat, řešení je následující:



Nejprve si uvědomme, že hodnota 13. prvočísla je 41.
Tedy: $\alpha = 41^o$, $\beta = 123^o$

Víme, že trojúhelníky ABD a BCD jsou pravoúhlé, a jelikož součet velikostí úhlů v trojúhelníku je vždy roven 180^o, úhel $\delta = 180^o - (90^o + 41^o) = 49^o$

Stejný postup použijeme u výpočtu velikosti úhlu γ:

$\gamma = 180^o - (123^o + \alpha)$

$\gamma = 16^o$

Petr

Úloha 6.

Počet písmen v názvu čísla musí být dělitelný čtyřmi a šesti a být alespoň 9. Zkusíme počítat s tím, že písmen bude 12 , protože další takové číslo, 24, je už hodně vysoké. Název čísla pak obsahuje A, A, A, D, D, D, E, E, V, V, S a T. Protože má tolik písmen, určitě bude větší než 10 a jediný utvořitelný název desítkové části čísla je devadesát. Pak už zbydou pouze písmena A, D, V. Řešení je tedy 92.

Verča

Úvod do výrokové logiky

Co je to výrok? Například: Jedna je menší nebo rovno dvěma. To můžeme převést do matematického jazyka: $1 \leq 2$. Je však věta: „Číslo x je kladné.“ výrokem? Ne, jelikož číslo x neznáme. Ve výrokové logice nutně potřebujeme znát několik symbolů, jejich významy a jejich pravdivostní hodnotu (viz tabulka pravdivostních hodnot = TPH).

1. $\wedge$ - konjunkce $\rightarrow$ Vzniká pomocí spojky „ a “ (a zároveň/i)
a. př.: A $\wedge$ B – Spadl jsem ze stromu a zlomil jsem si nohu.
2. $\vee$ - disjunkce $\rightarrow$ Vzniká pomocí spojky „nebo“
a. př.: A $\vee$ B - Na oslavu přijde Pepa nebo Honza.
3. $\Rightarrow$ - implikace $\rightarrow$ Vzniká použitím slov „Pokud …, potom … “ (Jestliže/když – pak)
a. A $\Rightarrow$ B – Jestliže Pepa udělá maturitu, tak mu rodiče koupí auto.
4. $\Leftrightarrow$ - ekvivalence $\rightarrow$ Vzniká použitím slov „právě tehdy, když“
a. př.:A $\Leftrightarrow$ B – Slunce svítí právě tehdy, když neprší.

Teď ještě pár poznámek před tabulkou. V negaci se „nebo“ nepoužívá jako odporovací spojka. Uveďme příklad: „Na oslavu přijde Jan nebo Honza.“ V tom případě přijde jeden z nich, nebo oba. Proto se čárka před „nebo“ nepíše. Co se týče ekvivalence, ta se dá přepsat do tvaru - (A $\Rightarrow$ B) $\wedge$ (B $\Rightarrow$ A), kde A a B jsou výroky. To znamená, že ekvivalence se používá hlavně z důvodu zkrácení a zjednodušení zápisu. Časté využití má také negace.
Označujeme ji pomocí: $'$ nebo $\neg$ před A/B. Ačkoliv se zdá, že negaci vytvoříme jen obrácením výroku, není tomu tak. Vysvětleme si to na příkladu: „Pět je menší než šest.“ Negace by zněla: „Pět je větší nebo rovno šesti.“ Z matematického hlediska je negace/opak ne jen opačný případ, ale také všechny ostatní případy. Ve výroku: „Jestliže Pepa udělá maturitu, tak mu rodiče koupí auto.“ Pepa maturitu udělat nemusí a stejně může dostat auto. Je to zvláštní, ale pravda, proto na to nespoléhejte v reálném životě, jelikož vám rozhodně auto nekoupí, pokud neuděláte maturitu a je velmi pravděpodobné, že ani tak ne.

Tabulka pravdivostních hodnot: (hodnota 1 = pravda, 0 = nepravda)

A	B	A∧B	A∨B	A→B	A↔B
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

Úloha 1: Určete pravdivostní hodnotu výroku: „Pakliže venku svítí slunce, potom jsem ještě nevečeřel.“

Řešení:

Podle spojek „pakliže“ a „potom“ určíme, že výrazy jsou ve vztahu implikace. Tento výrok se dá přepsat do tvaru $A \Rightarrow B$. To si přepíšeme do malé tabulky.

A	B	A→B
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Úloha 2: A⇒(A∨B) Nakreslíme si znovu tabulku :

Řešení:
U obou operací jsme narazili na jednu možnost, kde byla pravdivostní hodnota 0.

A	B	AvB	A→B	A→(AvB)
1	1	1	1	1
1	0	1	0	1
0	1	1	1	1
0	0	0	1	1

Výrok A⇒(A∨B) je však pravdivý vždy, takový jev má dokonce speciální název – Tautologie.

Výsledkové listiny

Tady najdete jen několik nejlepších řešitelů, pro úplné výsledkové listiny se podívejte na naše internetové stránky.

6. ročník

jméno	příjmení	1	2	3	4	5	6	S	∑

7. ročník

	jméno	příjmení	1	2	3	4	5	6	S	∑
1.	Šimon	Koliščák	-	-	8	7	5	6	26	38
2.	Marie	Sabolová	2	-	-	-	1	6	9	29
3.	Dominik	Müller	8	-	6	-	-	6	20	20
4.	Markéta	Šípová	0	-	3	-	-	5	8	8

8. ročník

	jméno	příjmení	1	2	3	4	5	6	S	∑
1.	Martina	Černá	6	3	9	7	5	6	36	68
2.	David	Felzmann	8	-	9	7	5	6	35	66
3.	Gabriel	Provazník	6	-	9	4	5	6	30	59
4.	Barbora	Zapletalová	-	-	-	-	-	-	0	5

9. ročník

	jméno	příjmení	1	2	3	4	5	6	S	∑
1.	Matyáš	Burda	8	5	9	7	5	6	40	77
2.	Viktor	Gola	8	5	9	7	5	6	40	76
3.-4.	Milan	Holotňák	8	5	9	5	5	6	38	72
	Linda	Tománková	8	5	9	7	5	6	40	72
5.-6.	Pavla	Šimová	6	5	6	7	5	6	35	71
	Václav	Verner	8	5	9	7	5	6	40	71
7.	Natálie	Vylamová	2	5	9	7	4	6	33	61
8.-9.	Zuzana	Hauznerová	5	1	9	5	5	5	30	55
	Michaela	Živná	5	-	9	7	5	5	31	55
10.	Robert	Kubányi	4	-	9	-	5	6	24	47

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
11.	Emma	Rikanová	5	-	8	7	5	6	31	45