KOKOS

26.ročník ⋆ 2.leták

Milý řešiteli!

Podzim se pomalu blíží ke konci, dny jsou stále kratší a večery chladnější. Rychlým tempem se blíží zima a venku se začínají objevovat první náznaky sněhové pokrývky. Možná tě občas v této době obejme nuda, ale my ti přinášíme další pokračování příběhu plného matematických úloh a nemůže chybět ani oblíbený PiRoH. Můžeš tedy strávit volné večery ve společnosti druhé série KoKoSu. Držíme ti palce při řešení a vzhůru do toho.

Zadání úloh

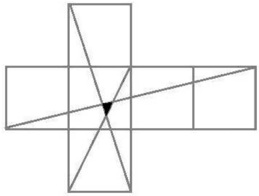
Když Lenka spatřila krajinu před sebou, uvědomila si, že to není nic, co by poznávala. Mohla se nacházet úplně kdekoliv, před sebou měla pustou travnatou krajinu a podél pobřeží vedla prachová cesta. Loďka, jako by to věděla, se sama zastavila u břehu a Lenka vystoupila. Málem v loďce zapomněla kalkulačku, kterou měla celou dobu u sebe. Kalkulačka bylo to jediné, co jí připomínalo, jak se sem dostala a kdyby ji teď Lenka nedržela v ruce, myslela by si nejspíš, že to celé byl sen. Ale co teď bude dělat? Ohlédla se a za sebou spatřila jen obrovskou vodní plochu. V dálce ležel ostrov, ze kterého připlula a o něco dál ještě dva větší ostrovy.

Úloha 1. (6 bodů): Na každém ze dvou ostrovů žijí jen pravdomluvní a lháři. Pravdomluvní vždy říkají pravdu, lháři vždy lžou. Víme, že na jednom z těchto ostrovů je sudý počet pravdomluvných (zkráceně p) a na druhém je lichý počet p. Dále je nám známo, že na ostrově se sudým počtem p je poklad a na druhém (kde je lichý počet p) není. Vybereme si namátkou jeden z ostrovů a vydáme se tam. Všichni, kdo tam bydlí, vědí kolik je tam p a kolik lhářů. Vyptáme se tří obyvatel ostrova (A, B, C) a ti prohlásí:

A: Na tomto ostrově je sudý počet lhářů.
B: Právě teď je na ostrově lichý počet lidí.
C: Já jsem pravdomluvný, právě tehdy když A a B mají stejnou povahu.

Dejme tomu, že nejste pravdomluvný ani lhář a právě teď jste jediným návštěvníkem ostrova. Je na tomto ostrově poklad nebo není?

Lenka přestala zírat do krajiny a rozhodla se, že udělá nejlíp, když se vydá po cestě. Na zemi byl nakreslený jakýsi obrazec, kterému však Lenka nevěnovala pozornost.



Úloha 2. (8 bodů): Byla to síť krychle se stranou $a = 12$ cm proťatá třemi přímkami, jako na obrázku. Jakou velikost mají vnitřní úhly vzniklého vyznačeného trojúhleníčku?

Hned, jak ušla pár kroků, všimla si ve vysoké trávě obrovských brouků, kteří se rychle pohybovali sem a tam.

Úloha 3. (8 bodů): Máme kolonie brouků A, B, C, D, E, F a víme, že:

- Na počátku měla kolonie E nejvíce brouků, ale méně, než 40. F byla podle počtu brouků na 3. místě s 25 brouky. C i D měly mezi 15 a 19 brouky včetně. B měla méně, než 30 brouků. Celkově bylo 148 brouků. Kolonie s nejmenším počtem brouků jich měla 16
- Každá kolonie měla na počátku odlišný počet brouků a každá kolonie alespoň jednou útočila nebo se bránila
- Celkově proběhly 4 útoky, z toho E jednou útočila a jednou se bránila, B se 2× bránila a C se jednou bránila a má přátelské vztahy s E
- Na B zaútočila v obou případech kolonie, která je výš abecedním pořadí (C – F)
- Na B zaútočila kolonie (byl to druhý útok na B), která měla na počátku nejmíň brouků, při tomto útoku B ztratila tolik brouků, kolik F při svém útoku, ale F neútočila na B
- C přišla o 7 brouků a zůstal jí prvočíselný počet brouků
- D při svém útoku přišla o 6 nebo 7 brouků
- Při útoku na E nepřítel přišel o 4 brouky míň, než o kolik přišla E
- E zaútočila dříve, než byla napadena, při svém útoku přišla o 2/7 celkového počtu brouků, nepřítel přišel o počet brouků, který je prvočíslo (p). V případě, že by měl na počátku o 2 brouky víc (y) a po odečtení ($p + 2$) by se zůstatek brouků dal zapsat jako 40% z y
- F zaútočila na kolonii, která měla počáteční počet brouků nižší, než F a přišla o stejný počet brouků, jako F
- Po všech útocích zůstalo celkově tolik brouků, jaký je nejmenší společný násobek 20 a 15

Kolik brouků měly jednotlivé kolonie po všech útocích?

Několik brouků teď vyrazilo směrem k Lence, která vykřikla a začala utíkat po cestě pryč od nich. Brouci sice neuměli létat, ale byli dost rychlí. Na cestě se jich shromažďovalo čím dál tím víc a začínali Lenku dohánět. Lence se honilo hlavou, že už jí brzy dojdou síly a vtom před sebou uviděla hustý jehličnatý les. Možná by se tam mohla těm odporným broukům ztratit. Než to ale stačila domyslet, zakopla o jakýsi kamínek a rozplácla se na zemi. Kalkulačka jí při tom vypadla z ruky a přistála v trávě u cesty.

Brouci Lenku rychle dohnali, ale k jejímu překvapení ji přeběhli, jako by tam vůbec nebyla. Obklopili ležící kalkulačku a za okamžik i s ní zmizeli ve vysoké trávě. Lenka se s námahou zvedla. Vůbec ničemu teď nerozuměla, ale bylo jí jasné, že by se odsud měla rychle dostat pryč. Do lesa se jí sice příliš nechtělo, ale neměla na výběr, protože nikam jinam cesta nevedla.

Úloha 4. (5 bodů): Dřevorubci kácí lesík. Sedmnácti a půl dřevorubcům to bude trvat 168 hodin. Kolik jich to zvládne za 5 dní? (Půlkou je myšlen jeden lilipután.) Stejná parta 17,5 dřevorubců používá pily, se kterými pokácí 82 stromů za den, celý lesík pak pokácí za 168 hodin. Za kolik hodin to zvládnou s pilami, se kterými pokácí 56 stromů za den? Kolik stromů je celkem v lesíku?

Začínalo se stmívat a stromů okolo pořád přibývalo. Lenka sice byla hodně statečná, ale při pomyšlení, že bude muset nocovat v neznámém lese, dostala trochu strach. Odněkud zdálky se ozývalo hučení vody a zvuky, jako by někdo kácel stromy.

Najednou si Lenka na levé straně všimla mihotavého světla. Tím směrem odbočovala malá pěšinka, která Lenku dovedla k malému dřevěnému domku. Uvnitř se svítilo a Lenka (podle svého názoru nenápadně) nakoukla okýnkem dovnitř. Místnost za oknem osvětlovala jediná svíčka stojící na jakémsi stolku. U stolku seděl jakýsi velmi starý muž s bílými vlasy a vousy a četl knihu.

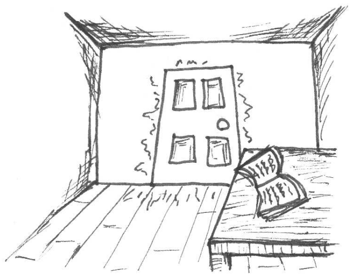
Úloha 5. (6 bodů): Stařec čte knihu. Za hodinu přečetl první dvě kapitoly, přičemž druhá kapitola je o 125% delší než první. Kdyby četl stejným tempem jako dosud, dočetl by knihu za 1620 minut. Kdyby měla kniha o 4 strany méně, byla by 40krát delší než druhá kapitola. Jak dlouhá je kniha?

Lenku zachvátila zvědavost, když si všimla, že stařec má v kapse kabátu podobnou kalkulačku, jakou ona sama před chvílí měla. To přece nemůže být náhoda! Lence to nedalo, a než si to stačila rozmyslet, šla a zaklepala. Zpoza dveří se ozvalo: „Jestli chceš dovnitř, musíš vyřešit hádanku“. Lenka na to neřekla nic a hlas pokračoval...

Úloha 6. (7 bodů): Míša s Péťou hrají hru – Míša si vymyslí reálná kladná čísla a a x s tím, že spočítá jejich součin a Péťa jejich podíl a tato čísla sečtou, vynásobí reálným kladným číslem, které vymyslí Péťa (číslo b). Míša vyhraje, když toto číslo bude alespoň $2ab$ a Péťa v opačném případě. Může někdo z nich vyhrát nezávisle na tazích protihráče? Odpověď zdůvodněte.

Lence ta hádanka přišla dost složitá, protože ale byla obdařená výjimečnou inteligencí, po chvilce přemýšlení přišla na správnou odpověď.

Dveře se otevřely dokořán. Stařec teď Lenku sledoval pohledem a nezdál se jejím příchodem nějak vyvedený z míry. „Dobrý den,“ pozdravila Lenka. Stařec jí pokynul, aby šla dovnitř a dveře se za ní tiše zaklaply. Lenka začala mluvit: „Promiňte, že ruším, ale potřebuji vědět, kde to jsem a jak funguje ta kalkulačka, která mě sem dostala.“



Uvědomila si, že to zní dost podivně, „Jak jsi k té kalkulačce přišla?“ zeptal se přísně starý muž. „Mohu se na ni podívat?“ „Totiž, ztratila jsem ji cestou sem,“ odpověděla Lenka nervózně. Stařec se zamračil. „Měla sis dávat větší pozor! S kouzelnou kalkulačkou můžeš cestovat, kam budeš chtít, ale bez ní se zpátky jen tak nedostaneš.“ „Tak mi můžete půjčit tu svoji,“ řekla Lenka, která začínala propadat panice. Starý muž zavrtěl hlavou. „To nejde. Nemůžu ti půjčit kalkulačku, bez ní bych byl ztracený. Nemohl bych se odsud dostat.“ „A jak se mám odsud dostat já?!“ rozkřikla se Lenka.

Vtom ona i stařec zaznamenali jakýsi škrábavý zvuk. Přicházel ode dveří a znělo to, jako by se někdo snažil dostat dovnitř. Zvuky stále sílily a stařec teď vypadal velmi znepokojeně. „Je mi to líto, ale musíš si poradit sama,“ řekl směrem k Lence. Pak do kalkulačky naťukal několik číslic a naráz i s ní zmizel. Prostě byl pryč. Lenka zůstala v chatrči sama a něco se dobývalo dovnitř…

*Řešení úloh 2. série posílejte do **3.1.2014** na známou adresu:*

KoKoS
Gymnázium Mikuláše Koperníka
17. listopadu 526
743 01 Bílovec

Autorská řešení 1. série

Úloha 1.

Poznámka autora. Při vytváření série se v příkladu vyskytla chyba ve znaménku, které celou úlohu posunulo nad rámec schopností řešitelů.
Řešení.

$$\begin{aligned}
(x+1)(x+1) - x^2 + 3 \cdot x \cdot 209 &= \frac{8151}{13} - \frac{(x-1)^2}{x^2 + 2 \cdot x + 1} \\
x^2 + 2x + 1 - x^2 + 627x &= 627 - \frac{(x-1)^2}{(x+1)^2} \\
2x(x^2 + 2x + 1) + 627x(x^2 + 2x + 1) &= 627(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 2x + 1) \\
2x^3 + 4x^2 + 2x + 627x^3 + 1254x^2 + 627x &= 627x^2 + 1254x + 627 – x^2 + 2x – 1 \\
629x^3 + 1259x^2 + 631x + 1 &= 626x^2 + 1256x + 626 \\
629x^3 + 633x^2 – 625x – 625 &= 0
\end{aligned}$$

Tato kubická rovnice má 3 kořeny, které jsou přibližně rovny

$$x_1 \doteq -1{,}0573, x_2 \doteq -0{,}94433, x_3 \doteq 0{,}99523.$$

Tomáš

Úloha 2.

Označme si číslice postupně zleva jako a, b, c, d, e. Podívejme se nejdřív na pravidlo dělitelnosti 11, které říká: Je-li rozdíl součtu číslic na sudých pozicích a součtu číslic na lichých pozicích celočíselným násobkem 11, pak je toto číslo dělitelné 11.

Platí tedy $a + c + e - b - d = 11k$, kde k je celé číslo. Víme také, že rozdíl $d - e = 1$ a dále $c = 2$. Dostáváme $a - b - (d - e) + 2 = a - b + 1 = 11k$.

Rozdíl $a - b$ nabývá hodnot od -9 po 9, proto výraz $a - b + 1$ musí nabývat hodnot v rozmezí -8 a 10, z toho plyne $k = 0$, $a = b - 1$.

Číslice b má být druhou mocninou přirozeného čísla, tudíž může nabývat pouze hodnot $1, 4, 9$. Všechny přípustné dvojice (a, b) jsou $(3, 4)$ a $(8, 9)$.

Víme, že e je prvočíslo, tudíž na 5. místě mohou být pouze číslice $2, 3, 5$ a 7. Číslice d má být o 1 větší než e, takže na 4. pozici čísla může být 3, 4, 6 a 8. Skloubením všech podmínek dohromady dostáváme 8 výsledných čísel:

$$34232, 34243, 34265, 34287, 89232, 89243, 89265, 89287.$$

Honza

Úloha 3.

Označme si poslední den jako a, předposlední jako b atd.
b – nasbírali 3/3 rybízu, a – nasbírali 3/3 + 2/3 = 5/3.

Pokud 5/3 = 100%, tak 3/3 = 60% ⇒ abychom získali počet rybízu b, musíme vynásobit a koeficientem 0,6.
c – nasbírali 6/6 rybízu, b – nasbírali 6/6 – 1/6 = 5/6

Pokud 5/6 = 100%, tak 6/6 = 120% ⇒ abychom znali počet rybízu c, vynásobíme b koeficientem 1,2. Tak pokračujeme, dokud nedosáhneme desetinného čísla. Číslo, které nám vyšlo den předtím, je x (1. den):

$b = 15625 \cdot 0,6 = 9375$
$c = 9375 \cdot 1,2 = 11250$
$d = 11250 \cdot 0,6 = 6750$
$e = 6750 \cdot 1,2 = 8100$
$f = 8100 \cdot 0,6 = 4860$
$g = 4860 \cdot 1,2 = 5832$
$h = 5832 \cdot 0,6 = 3499,2 \Rightarrow$ tento den nemohli sbírat, proto je 1. den g.

To znamená, že špačci sbírali kuličky 7 dní.

Nasbírali celkem 15625 + 9375 + 11250 + 6750 + 8100 + 4860 + 5832 = 61792 kuliček, což je $61792 \cdot 2,3 \cdot 10 - 3 = 142,1216$ kg

Damian

Úloha 4.

Sestrojíme si tabulku

	s	v	t
Lenka	$20(x + 5/20)$	20 km/h	$x + 5/20$
Loď	$40x$	40 km/h	x

Čas, který potřebuje, aby ujela 5 km rychlostí 20 km/h.

$$
\begin{aligned}
20(x + 5/20) &= 40x \\
20x + 5 &= 40x \\
20x &= 5 \\
x &= 1/4 \text{ h}
\end{aligned}
$$

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10 \text{ km}, s_2 = \frac{1}{4} \cdot 40 = 10 \text{ km}$$

Oba břehy jsou od sebe vzdáleny 10 km.

James

Úloha 5.
Můžeme si všimnout pravoúhlých trojúhelníků, tím pádem si můžeme zbývající strany dopočíst pomocí Pythagorovy věty.

$$c^2 = 5^2 - 1,5^2$$

Potom strana $c = 4,8$ cm. Dopočteme si také stranu b

$$b^2 = 4^2 - 1,5^2,$$

odtud strana $b = 3,7$ cm. Nyní si můžeme spočíst obsah S trojúhelníku $\triangle ABD$ jako

$$S = \frac{8,5 * 1,5}{2},$$

který vychází jako 6,375 cm^2.

Martin

Úloha 6.
Obsah trojúhleníku hravě spočítáme jako $S = \frac{1}{2}av$, jelikož ale výšku neznáme, musíme si ji nejprve vyjádřit. Pomocí Pythagorovy věty zjišťujeme, že $v = \frac{1}{2}\sqrt{3}a$, takže obsah trojúhleníku S jsme nyní schopni spočíst jako

$$S = \frac{1}{4}a^2\sqrt{3}.$$

Obsah největšího trojúhelníku pak můžeme vypočítat jako

$$S_1 = \frac{1}{4}a_1^2\sqrt{3} = 4330,13, \text{ kde } a_1 = 100.$$

Stejným způsobem spočítáme S_2, kde si musíme uvědomit, že $a_2 = \frac{9}{10}a_1$

$$S_2 = \frac{1}{4}a_2^2\sqrt{3} = \frac{1}{4}(\frac{9}{10}a_1)^2\sqrt{3} = \frac{1}{4}0,81a_1^2\sqrt{3}.$$

Všimneme si, že platí $S_2 = 0,81S_1$. Obdobné to je i s obsahy S_3 až S_{24}, a tak

$$S_3 = 0,81S_2 = (0,81)^2S_1.$$

Odsud odvodíme vztah

$$S_i = S_1(0,81)^{i-1}.$$

Jinými slovy platí, že obsah libovolného trojúhelníku je roven součinu obsahu největšího trojúhelníku a konstanty 0,81 umocněné na pořadí trojúhelníku mínus jedna.
Užitím tohoto vzorce můžeme snadno určit součet obsahů všech v pořadí lichých a sudých trojúhelníků jako

$$S_L = S_1(0,81)^0 + S_1(0,81)^2 + \cdots + S_1(0,81)^{22}$$
$$S_S = S_1(0,81)^1 + S_1(0,81)^3 + \cdots + S_1(0,81)^{23}$$

Naším úkolem je však zjistit rozdíl $S_L - S_S$, a tak po vytknutí S_1 dostaneme

$$S_L - S_S = S_1((1 + (0,81)^2 + \cdots + (0,81)^{22}) - ((0,81)^1 + (0,81)^3 + \cdots + (0,81)^{23}))$$

Po dosazení $\frac{1}{4}100^2\sqrt{3}$ za S_1 získáme výsledný obsah

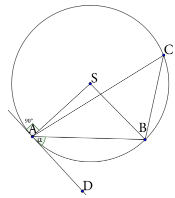
$$S_L - S_S = 2377,11 \text{ mm}^2.$$

Majkl

V tomto díle Pirohu se zaměříme na další zajímavý úhel – úhel úsekový a pomocí něj si sestrojíme množinu bodů, ze které je úsečka viděná pod daným úhlem.

Úsekový úhel

Představme si, že máme dánu kružnici a 2 její body (označme je A a B). Spojme tyto body a veďme jedním z těchto bodů tečnu ke kružnici (viz obrázek). Pokusme se dokázat, že úhel $\sphericalangle BAD$ má stejnou velikost jako obvodový úhel příslušný k danému kružnicovému oblouku.



Důkaz

Doplníme tečnu v bodě B a průsečík tečen si označíme X. Co víme o čtyřúhelníku $SAXB$? Z vlastnosti tečen (tečna je kolmá na spojnici bodu dotyku a středu kružnice) víme, že vnitřní úhly při vrcholech A a B jsou pravé a dohromady dávají 180 stupňů, proto i druhá dvojice protilehlých úhlů dává 180 stupňů (tětivový čtyřúhelník).

Víme, že úhel $|\sphericalangle SAX|$ je pravý (AX je tečna kružnice k), tudíž $|\sphericalangle BAX|$ má velikost $90° - |\sphericalangle SAB|$. Stejnou úvahou dokážeme, že $|\sphericalangle XBA| = 90° - |\sphericalangle ABS|$. Velikost úhlů $|\sphericalangle SAB|$ a $|\sphericalangle SBA|$ je stejná (trojúhelník ASB je rovnoramenný se základnou AB), takže i úhly $|\sphericalangle BAX|$ a $|\sphericalangle XBA|$ jsou stejně velké.

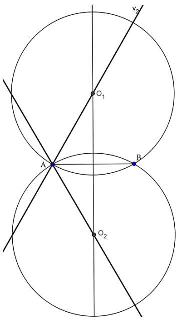
Pokud si velikost úhlu $|\sphericalangle ASB|$ označíme 2α, potom vnitřní úhel při vrcholu X má velikost $180° - 2\alpha$. V trojúhelníku AXB musí být součet vnitřních úhlů 180 stupňů. Součet úhlů $|\sphericalangle BAX|$ a $|\sphericalangle ABX|$ je tedy 2α. Jak jsme dokázali, tyto úhly jsou shodné, takže úsekový úhel má velikost α. V minulém díle PiRohu jsme se dozvěděli, že obvodový úhel příslušný k danému oblouku je polovinou středového úhlu příslušného tomuto oblouku. Velikost námi uvažovaného středového úhlu je 2α a obvodového α. Důkaz je hotov.

Úsekový úhel příslušný k oblouku AB má stejnou velikost jako obvodové úhly příslušné k tomuto oblouku.

Jak najít množinu bodů, ze kterých je úsečka vidět pod daným úhlem?

Zkusme najít způsob, jak zkonstruovat tuto množinu pro zadaný úhel (například 30 a 150 stupňů). Jak jsme si řekli, úsekový úhel má stejnou velikost jako obvodové úhly příslušné ke stejnému oblouku, tudíž řešením musí budou „vhodné“

kružnicové oblouky.
Abychom je našli, potřebujeme najít středy kružnic, na kterých leží. Kružnice budou 2, pokud je zadaný úhel různý od 90 stupňů, protože koncové body zadané úsečky leží na 2 kružnicích, které jsou podle zadané úsečky osově souměrné. Poloměr poté určíme jako vzdálenost středu a jednoho z krajních bodů úsečky.



Začneme tím, že sestrojíme úsekový úhel v krajním bodě zadané úsečky (nezáleží kterém) (povedeme přímku, která svírá s úsečkou zadaný úhel a na tuto přímku vedeme kolmici (označme ji v) ve vybraném bodě, viz obrázek.
Ze znalosti, že trojúhelník SAB je rovnoramenný, víme, že jeho těžnice z vrcholu S je kolmá na základnu AB a prochází jejím středem, tudíž bod S musí ležet na ose úsečky AB. Bod S je průsečíkem přímky v a osy AB.
Takto jsme našli střed kružnice a poloměr. Otázkou zůstává, který oblouk si vybrat – ten „menší“ nebo „větší“? Zde platí jednoduché pravidlo – pokud je zadaný úhel menší než 90 stupňů, pak je to „větší“ z úhlů a pokud je zadaný úhel větší než 90 stupňů, pak ten „menší“. Pokud je zadaný úhel roven 90 stupňům, je situace jednoduchá - množina bodů, ze kterých je úsečka vidět pod pravým úhlem je Thaletova kružnice nad AB (její střed leží ve středu úsečky AB a její poloměr je vzdálenost k libovolnému z bodů). Poslední věc, na kterou je dobré nezapomenout – do této množiny se nepočítají krajní body úsečky AB, sami si rozmyslete proč. Tímto jsme si vysvětlili postup, jak zkonstruovat množinu bodů, ze kterých je úsečka viděna pod daným úhlem. Možná se ptáte, k čemu je to dobré, nu k řešení konstrukčních úloh. Shodou okolností tu jednu pro vás máme (pokud si chcete vyzkoušet, jestli jste textu porozuměli, je určitě dobré ji vyřešit a poslat společně s řešením úloh).

Úloha

Je dána úsečka a přímka. Sestroj trojúhelník, jehož jedna strana je úsečka o délce 5 cm, jeho poslední vrchol leží na přímce a úhel u tohoto vrcholu je 30 stupňů. (Přímku volte v rozumné vzdálenosti od úsečky, protože na její poloze záleží, zda úloha bude mít řešení, nebo ne.)

Výsledkové listiny

Tady najdete jen několik nejlepších řešitelů, pro úplné výsledkové listiny se podívejte na naše internetové stránky.

6. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Karolína	Štorchová	-	8	7	6	-	2	23	23
2.	Natálie	Maleňáková	-	8	7	6	-	-	21	21
3.	Vilém	Jankovský	5	-	5	6	-	-	16	16

7. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Jan	Kačenka	5	8	6	6	-	3	28	28
2.	Jana	Kolenovská	-	-	7	6	-	-	13	13

8. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Klára	Mořkovská	2	8	7	6	-	8	31	31
2.	Thea	Kratochvílová	1	3	7	6	-	1	18	18
3.	Luboš	Bartík	-	8	-	6	-	1	15	15

9. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Bára	Tížková	5	8	7	6	-	8	34	34
2.-3.	Jan	Preiss	5	8	7	6	-	5	31	31
	Jiří	Vala	4	6	7	6	-	8	31	31
4.-5.	Berenika	Čermáková	5	8	5	2	-	8	28	28

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
	Jan	Havelka	-	8	7	6	-	7	28	28
6.	Adéla	Hanková	-	8	6	6	-	7	27	27
7.	Denisa	Chytilová	5	3	6	6	-	-	20	20
8.	David	Vranešic	-	2	7	6	-	-	15	15
9.	Dominik	Vrba	-	-	-	6	-	-	6	6