KOKOS

25.ročník ⋆ 2.leták

Milý řešiteli!

Taky se doma nudíš za chladných podzimních večerů? Nezoufej, přinášíme ti totiž další sérii KoKoSu. Čeká na tebe pokračování příběhu, sada matematických úloh a také Piroh, který naváže na kvadratické rovnice z minulé série. Tak už na nic nečekej a dej se do řešení.

Zadání úloh

Nad městem se začínalo smrákat, slunce se téměř úplně schovalo a ulice se ponořily do večerního šera.

Albert by se právě teď nejradši schoval v takové tmě, jaká zanedlouho bude venku. Jelikož ale neměl tu možnost, nezbývalo mu, než poslouchat rozčílené výkřiky, nadávky na jeho neschopnost a rachot starého nábytku. Viktor s Adolfem za strašného hluku a lomozu obraceli celý dům naruby. „Musí tady někde být!“ křičel Adolf. „Ten oblek ti musel cestou někde vypadnout! Proč jsi nemohl dávat větší pozor, Alberte?!“ „Alberte! Podívej se ještě do přízemí!“ volal pro změnu Viktor. „A pohni sebou, za chvíli se setmí! Je to tvoje vina, že tady ještě trčíme!“

Albert se ani nenamáhal odpovídat. Všechny věty jeho společníků se mu spojovaly v jeden neurčitý křik, jeden veliký černý vykřičník… Pousmál se, protože mu to připomnělo jistou úlohu, v níž mu vykřičníky připadaly mnohem příjemnější.

Úloha 1. (7 bodů): Ta úloha zněla asi nějak takhle: najdi všechna přirozená n, pro která platí

$$1! + 2! + 3! + ... + (n-1)! + n! = p^2,$$

kde p je přirozené číslo. (Poznámka: $x! = x \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot ... \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$).

Z přemýšlení ho vytrhl Viktor, který na něj znovu zavolal, aby se šel podívat do přízemí. Stejně je to všechno k ničemu, oblek neviditelnosti je nenávratně pryč, myslel si Albert, zatímco scházel po schodech dolů. Vlastně mu ani moc nezáleželo na tom, jestli se oblek nakonec najde. Může za pár týdnů vyrobit jiný, lepší...

Zastavil se u vchodových dveří. Zrak mu spočinul na starém koberci, který tu zřejmě také zanechali majitelé bývalé restaurace. Koberec byl úplně špinavý a zaprášený, přesto však Alberta něčím zaujal. Sehnul se k němu, aby si ho prohlédl zblízka.

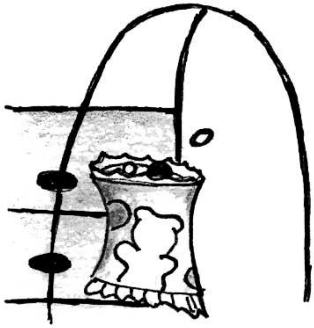
Úloha 2. (6 bodů): Koberec měl tvar pravidelného mnohoúhelníku. Kolik stran má tento mnohoúhelník, jestliže velikost jeho vnitřního úhlu je 162°?

Alberta však zaujalo ještě něco. Zdálo se mu, jako by byl koberec v jednom místě podivně vystouplý... Něco muselo ležet pod ním. Jak to, že si toho nevšiml dřív? Oběma rukama starý koberec nadzvedl, aby se přesvědčil, že má pravdu. To, co spatřil, ho vyvedlo z míry, byl to totiž dřevěný poklop schovaný pod kobercem. Ze země vyčnívalo kovové držadlo, které teď Albert uchopil, a když poklop s námahou nadzvedl, uviděl pod sebou příkré schody vedoucí kamsi do tmy. Jenom pár vteřin se rozmýšlel, pak se ale pustil rovnou dolů.

„Oblek neviditelnosti? To je úžasné!“ vydechl František. „Proč jsi mi to neřekla už venku?“ Nemohl spustit oči ze své sestry Zity, která se ve svém pokoji do obleku právě soukala. „Nechtěla jsem, aby to někdo zahlédl,“ odpověděla Zita, zatímco si oblek zapínala. Byl jí trochu velký, ale fungoval skvěle. „To snad ne, vážně tě nevidím!“ užasl František a zmateně se rozhlížel po pokoji. „Zito? Kde jsi?!“ Odpověď se mu naskytla, když zpozoroval sáček s gumovými medvídky, jak se sám od sebe vznesl do vzduchu.

Úloha 3. (9 bodů): V sáčku bylo 5 druhů gumových medvídků. Víme, že žlutých je o 4 více než oranžových, a zároveň o 2 méně než bílých. Kdyby bylo bílých o 10 méně, zelení by tvořili o 5% více než nyní. Kdyby bylo bílých o 10 více, červení by tvořili 10%, zatímco nyní tvoří 12%. Kolik je kterých medvídků?

Pytlík s medvídky zvolna doplul až k Františkovi. Natáhl po něm ruku, sáček však nečekaně ucukl na druhou stranu. „Moc vtipné, Zito.“ poznamenal František. „Promiň, ale je hrozně zábavné když nejdeš vidět. Mimochodem, víš, co mě napadlo?“ Řekla jeho neviditelná sestra. „Měli bychom ten oblek jít vyzkoušet ven. Co třeba zítra?“ „To si piš!“ souhlasil František. „Hned zítra po škole! Můžu si ten oblek teď taky vyzkoušet?“ „Klidně, protože já se stejně musím pustit do úkolu z matiky,“ povzdechla si Zita, když ze sebe neviditelný oblek sundávala. Matematiku odjakživa nesnášela a domácí úloha jí připadala asi stejně srozumitelná jako čínská hymna.

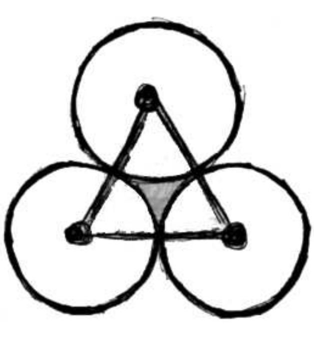


Úloha 4. (7 bodů): Zita nalistovala v učebnici stránku 48. Zadání úkolu znělo následovně: najdi všechna dvojciferná čísla, jejichž trojnásobek je roven druhé mocnině jejich ciferného součtu.

Albert sestoupil dolů po kamenných schodech. Uvnitř toho sklepa, nebo kam se to dostal, bylo chladno a páchlo to tam zkaženými vejci. Rozsvítil maličkou baterku, kterou nosíval s sebou v kapse. Příliš světla mu neposkytla, ale stačilo to na to, aby se mohl rozhlédnout po malé, zcela prázdné místnosti s kamenným stropem. Před sebou spatřil troje nachlup stejné dveře. Otevřel ty úplně napravo a naskytl se mu pohled na úzkou chodbu, která v dálce zatáčela. Tohle vypadá opravdu zajímavě, pomyslel si Albert. Vykročil dopředu, baterka mu osvětlovala cestu.

Albertovi se v hlavě honily matematické vzorce, čísla a rovnice, takže téměř nevnímal, kudy jde. Zabočil doleva, na další křižovatce zamířil doprava, pak zase doprava, potom doleva… Zastavil se, až když narazil na nečekanou překážku přímo před sebou. V cestě mu bránily masivní kovové dveře. Albert je chtěl otevřít a jít dál, jenže neměly žádnou kliku, kterou by mohl chytit. Místo toho na nich bylo připevněné podivné kovové zařízení, snad jakýsi otvírací mechanismus.

Úloha 5. (5 bodů): Uprostřed byl rovnostranný trojúhelník o straně 6 decimetrů. Dále viděl 3 kružnice se středy ve vrcholech trojúhelníku a s poloměry 3 dm, takže se po dvou dotýkaly ve středech stran trojúhelníku. Zjisti obsah zvýrazněného útvaru na obrázku, který vznikl spojením středů stran a ohraničením kružnicemi.



Albert se nehodlal vzdát. Zjistil, že s kovovými kruhy přichycenými k trojúhelníku se dá otáčet. Zkoušel s kruhy točit v různém pořadí, po směru i proti směru hodinových ručiček. Nedělo se však nic, vrzání kruhů Albertovi pomalu začínalo lézt na nervy.

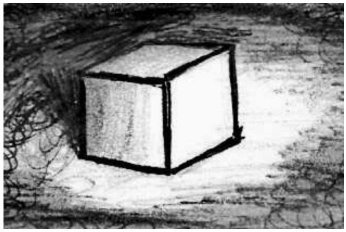
Když už to chtěl vzdát, náhle dveře cvakly a zcela náhle povolily. Albert to nečekal, a tak propadl vzniklým otvorem, až skončil na kamenné zemi. Když vstal, posvítil baterkou na prostor před sebou.

Nebyla tam další chodba, nýbrž malá prázdná komůrka. Vlastně ani nebyla tak docela prázdná. Jak si Albert zakrátko všiml, na zemi v koutě stála malá kovová krychle. Albert se plný rozrušení sehnul, aby krychli prozkoumal zblízka. Usoudil, že jde o jakýsi trezor, poněvadž na přední straně viděl tabulku s číslicemi. Takže byl v koncích. Kombinace mohla být jakákoliv a on neměl čas zkoušet ohromné množství možností. Zklamaně usedl na zem. A vtom si něčeho všiml. Na zemi, kousek od trezoru, ležel malý zaprášený lístek. Spěšně ho zvedl, byl na něm nějaký vzkaz! Posvítil na něj baterkou a četl.

Úloha 6. (8 bodů): Na papírku stálo: uspořádaná řada čísel obsahuje čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Každé číslo této řady, kromě prvního, dělí součet všech předchozích snížený o 1. Která čísla mohou být poslední v řadě, pokud je prvním číslem sedmička?

„Co to má sakra znamenat?“ Přemýšlel Albert. „Řada čísel… No ano! Musí to být nápověda! Řešení bude číselným kódem k trezoru!“ Albert se okamžitě pustil do přemýšlení. Nedělalo mu to žádný problém, a tak byl za chvíli hotový. „Nejspíš musím zadat do tabulky všechna čísla, která mi v úloze vyšla," řekl si. Se zatajeným dechem naťukal čísla v pořadí od nejmenšího po největší. K jeho nesmírné radosti se trezor opravdu otevřel.

Viktor a Adolf na sebe pokřikovali ještě dlouho. Pokračovali v hledání obleku neviditelnosti s takovou vervou, že ani nepostřehli Albertovo zmizení. „Už jsme hledali všude! Ten ničema ho musel ztratit někde jinde," nadával Viktor. „Takže to byl měsíc zmařené práce!" stěžoval si Adolf. „Jak můžeme vykrást laboratoř bez toho obleku? Takhle je to nemožné! Mohli jsme mít drahé kovy, ze kterých bychom vyrobili... No zkrátka je nutně potřebujeme!" „Víš co?" Odpověděl Viktor. „Nemá to cenu. Pojď, vypadneme odsud."



Jak odcházeli, uviděli Viktor s Adolfem odkrytou černou díru v podlaze a dřevěný poklop kousek vedle ní. Adolf poklop bezmyšlenkovitě vsadil do prázdného místa, aniž by se nad tím pozastavil. „Kde je Albert?" Napadlo Viktora, když kráčeli temnou uličkou. „Asi už předtím odešel domů," odvětil Adolf. Viktor s Adolfem ani pořádně nevěděli, kde vlastně Albert bydlí, oni dva měli společný byt na úplně jiné straně města. Víc než o Alberta si teď dělali starosti o to, co bude doma k jídlu. Kdyby však jen tušili, co právě v tu chvíli jejich přítel objevil, byli by dali cokoliv za to, aby se toho mohli sami zmocnit.

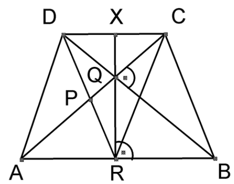
Řešení úloh 2. série posílejte do ***31.12.2012*** *na známou adresu:*

KoKoS
Gymnázium Mikuláše Koperníka
17. listopadu 526
743 01 Bílovec

Autorská řešení 1. série

Úloha 1.

Dělí-li P, Q úlopříčku AC v poměru $12 : 5 : 12$, znamená to, že AC můžeme rozdělit na 29 stejných částí. Jedna část má pak délku $290 : 29 = 10$ cm, pak $|AP| = 12 \cdot 10 = 120$ cm, $|PQ| = 50$ cm, $|QC| = 120$ cm. To samé můžeme uplatnit i u úhlopříčky BD, jelikož je lichoběžník $ABCD$ rovnoramenný. Nyní si spočteme z pravoúhlého trojúhleníku DQC pomocí Pythagorovy věty $|DC|$.



$$|DC|^2 = |CQ|^2 + |DQ|^2$$
$$|DC| \doteq 169{,}71 \text{ cm}$$

Dále si spočítáme $|RC|$ z pravoúhlého trojúhelníku RCX, víme-li, že $|CX| = \frac{1}{2}|DC| \doteq 84{,}85$ cm, $|RX| = 205$ cm.

$$|RC|^2 = |CX|^2 + |RX|^2$$
$$|RC| \doteq 221{,}87 \text{ cm}$$

Obsah čtyřúhelníku $RCQD$ můžeme vyjádřit jako rozdíl obsahu trojúhelníku RCD a CDQ, výpočet provedeme následovně

$$S_{RCQD} = S_{RCD} - S_{QCD}$$
$$S_{RCQD} = \frac{|CD| \cdot |XR|}{2} - \frac{|QD| \cdot |QC|}{2}$$
$$S_{RCQD} = 10\,194{,}83 \text{ cm}^2.$$

Pro výpočet obsahu lichoběžníku $ABCD$ musíme zjistit $|AB|$. Tu si dopočteme třeba z pravoúhlého trojúhelníku ABQ, jelikož $|BQ|$ i $|AQ|$, mají délku 120 cm, resp. 50 cm, celkem tedy 170cm.

$$|AB|^2 = |BQ|^2 + |AQ|^2$$
$$|AB| \doteq 240{,}42 \text{ cm}$$

Obsah lichoběžníku pak lehce dopočítáme jako

$$S_{ABCD} = \frac{(|AB| + |DC|) \cdot |RX|}{2}$$
$$S_{ABCD} = 42\,037{,}5 \text{ cm}^2.$$

Poměr S_{RCQD} a S_{ABCD} je tedy $10\,194{,}83 : 42\,037{,}5$, což je zhruba $10 : 41$.

Jirka

Úloha 2.
Aby naše hledané šesticiferné číslo $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ bylo větší než 300 000, pak se na první pozici a_1 musí vyskytovat čísla z množiny $A_1 = \{3; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ máme 4 možnosti, jak obsadit první pozici a_1 čísla $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Další pozice již můžeme obsadit libovolně ze zbylých číslic od jedné do šesti. Pro číslo a_2 máme 5 možností, pro číslo a_3 máme 4 možnosti, ..., pro číslo a_6 máme poslední zbylou 1 možnost. Celkově máme tedy $4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 480$ způsobů, jak takovéto číslo vymyslet. Albert mohl vymyslet 480 čísel dané vlastnosti.

Péťa

Úloha 3.
Nejdříve se podívejme, jak by se situace řešila, kdyby ručičky byly stejně dlouhé. Rychlost se spočítá jako podíl dráhy a času, jelikož je čas stejný, můžeme si dovolit zabývat se pouze dráhou. Hodinová ručička jednou opíše kružnici za 12 hodin. Zbývá zjistit, kolikrát za 12 hodin ji opíše sekundová ručička. Opíše ji 60 krát za hodinu krát 12 hodin, tedy $12 \cdot 60$ krát. Poměr je tedy $(12 \cdot 60) : 1$. Sekundová ručička je třikrát delší než hodinová, to znamená, že během jednoho opsání kružnice její koncový bod urazí 3 krát delší dráhu, než hodinová ručička za jedno kolo. Musíme tedy získaný poměr ještě vynásobit třemi.

$$3 \cdot 12 \cdot 60 : 1 \Rightarrow 2\,160 : 1$$

Vasil

Úloha 4.
Mějme pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$ a jeho střed S. Všechny trojúhelníky ABS, BCS atd. jsou rovnostranné. Úhlopříčky AD, BE a CF mají tedy dvojnásobek velikosti strany.

$$|AD| + |BE| + |CF| = 6 \text{ m}$$

Dále zde máme šest úhlopříček: AC, BD, atd. Délku AC zjistíme z trojúhelníku ADC. Víme, že je pravoúhlý, protože kružnice opsaná výchozímu šestiúhelníku je zároveň Thaletovou kružnicí sestrojenou nad průměrem AD. Z Pythagorovy věty získáváme

$$|AC| = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}.$$

Výsledný součet se tedy rovná $6 + 6\sqrt{3} = 16,4$ m.

Vasil

Úloha 5.

Označím si x jako velikost hledaného úhlu γ, pak si můžu zapsat úhel β jako $3x$ a úhel α jako $6x$. Víme, že součet úhlů v trojúhleníku se rovná 180°, sestavíme si proto rovnici, kterou také vyřešíme.

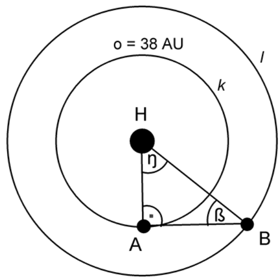
$$\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma &= 180 \\ 6x + 3x + x &= 180 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

Nyní víme, že $\gamma = 18°$, lehce dopočteme $\beta = 54°$, $\alpha = 108°$.

Martin

Úloha 6.

Ze všech údajů, které jsou v zadání, musíme vypočítat dva důležité rozměry. Prvním z nich je úsečka AH, poloměr kružnice k, po níž obíhá planeta A. Druhým z nich je úsečka BH, poloměr kružnice l, po níž obíhá planeta B.
Výpočet poloměrů provedeme pomocí čtyř následujících kroků.



1. Poloměr AH

Ze vzorce pro výpočet obvodu kružnice $o = 2\pi r$ plyne $r = \frac{O}{2\pi}$. Pak je poloměr AH kružnice k roven $r = \frac{38 \text{ AU}}{2\pi} \approx 6,051$ AU.

2. Poloměr BH

Zde je potřeba nejprve vypočítat obvod kružnice l z rychlosti a času, přičemž známe fyzikální vztah $s = vt$. Nezapomínejme však, že je potřeba pracovat s jednotkami v sekundách (s) a astronomických jednotkách (AU).

$$\begin{aligned} t &= 10 \text{ let} = 315\,360\,000 \text{ s} \\ v &= 30 \text{ km/s} = \frac{30 \text{ km/s}}{150\,000\,000 \text{ km/AU}} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ AU/s} \\ s &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot 315\,360\,000 = 63,072 \text{ AU} \end{aligned}$$

3. Vzdálenost $|AB|$

Uvědomme si, že nyní již známe délku odvěsny AH a přepony BH pomyslného planetárního pravoúhlého trojúhelníku ABH. Využijme proto Pythagorovy věty a dopočítejme zbylou stranu AB, jež vyjadřuje vzdálenost mezi planetami.

$$|AB|^2 = |BH|^2 - |AH|^2$$
$$|AB| = \sqrt{10,043^2 - 6,051^2} = \sqrt{64,247} \approx 8 \text{ AU}$$

4. Úhly

Zbývá určit úhly β a η. Ty spočítáme pomocí goniometrické funkce. Stačí tak určit jeden z úhlů a další dopočítat rozdílem. Začněme třeba úhlem β. Jeho velikost můžeme spočít pomocí funkce sinus.

$$\sin\beta = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \frac{|AH|}{|BH|} = \frac{6,051}{10,043}$$
$$\beta \doteq 37°$$

Pak velikost úhlu η odpovídá $180° - 90° - 37° = 53°$, neboť součet úhlů v trojúhelníku činí $180°$.

Vzdálenost planety A od planety B je 8 AU. Úhel planeta A - planeta B - hvězda činí $37°$ a úhel planeta B - hvězda - planeta A $53°$.

Poznámka autora.

Při výpočtech jsme počítali s ideální oběžnou trajektorií planet ve tvaru kružnice, přitom však zanedbávali samotné průměry planet a hvězdy. Uvažovali jsme pouze nepřestupné roky a zaokrouhlenou astronomickou jednotku (AU), která činí střední hodnotu vzdálenosti Země od Slunce.

Anička

Rovnice vyšších stupňů

Kvadratická rovnice… pokračování

V minulém Pirohu jsme se zabývali dvěma speciálními případy kvadratické rovnice, kdy se postupně její lineární a absolutní člen rovnal nule. Dnes se podíváme na poslední ze speciálních případů, kdy je koeficient u kvadratického členu roven jedné. Naučíme se také kvadratickou rovnici řešit obecně.

c) $\boldsymbol{a = 1}$

Obecný tvar: $x^2 + bx + c = 0$. Další speciální případ kvadratické rovnice, který lze řešit 2 způsoby – první je popisován zde, druhý pak v části ***d*)**.

Výraz na levé straně se můžeme pokusit upravit na součin dvou výrazů –

$$(x + q)(x + r) = 0 \tag{1}$$

$$x^2 + xq + xr + qr = 0 \tag{2}$$

$$x^2 + x(q + r) + qr = 0 \tag{3}$$

Poté z (1) můžeme pozorovat, že jeden kořen $x_1 = -q$, druhý kořen $x_2 = -r$. Toto funguje v případě, že koeficient kvadratického členu je 1, a to jen tehdy, jsou-li kořeny celočíselné. Podíváme se na absolutní člen c a pokusíme se ho rozložit na součin dvou čísel tak, aby součet byl roven koeficientu absolutního členu b, tím zíkáváme p a q, které „připíšeme“ do závorek k x. Samotné kořeny kvadratické rovnice jsou opačné hodnoty p a q (v tomto případě musíme dávat velký pozor na znaménka, někdy je lepší si zpaměti roznásobit závorky, abychom si ověřili, zda znaménka sedí).

Příklad užití.

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$(x + 3)(x + 4) = 0$$

Získáváme kořeny $x_1 = -3, x_2 = -4$.

d) $a, b, c \neq 0$

Obecný tvar: $x^2+bx+c=0$. Tato sekce bude popisovat to nejobecnější řešení, které si zde odvodíme.

$$ax^2+bx+c=0 \tag{1}$$
$$a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a})=0 \tag{2}$$
$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0 \tag{3}$$
$$(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2})-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0 \tag{4}$$
$$(x+\frac{b}{2a})^2-(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2|a|})^2=0 \tag{5}$$
$$(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2|a|})(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2|a|})=0 \tag{6}$$

Použité úpravy:

- Z rovnice (1) vytkneme a,
- rovnici (2) vydělíme a, jelikož víme, že $a \neq 0$,
- doplníme rovnici (3) „na čtverec“,
- to uděláme tak, že přičteme člen $\frac{b^2}{4a^2}$, zároveň jej ale pro zachování platnosti rovnice musíme odečíst,
- v rovnici (4) tvoří tři členy v první závorce vzorec typu $(a+b)^2$, zbylé dva převedeme na jeden zlomek,
- rovnice (5) obsahuje vzorec typu a^2-b^2, rozložíme tedy výraz na pravé straně na součin,
- součin se rovná nule, pokud se nule rovná aspoň jeden z činitelů.

Tímto jsme si odvodili vztah pro výpočet kořenů jakkoli zadané kvadratické rovnice, v praxi se pak toto zjednodušuje a pro výpočet kořenů se užívá následující vzorec

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

Katka a Honza

Výsledkové listiny

Tady najdete jen několik nejlepších řešitelů, pro úplné výsledkové listiny se podívejte na naše internetové stránky.

6. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	∑
1.	Tereza	Zelená	-	-	1	-	5	-	6	6

7. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	∑
1.-2.	Klára	Mořkovská	6	7	6	6	5	1	31	31
	Matouš	Petřík	7	6	6	6	5	1	31	31

8. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	∑
1.	Berenika	Čermáková	8	7	6	6	5	8	40	40
2.-3.	Jan	Preiss	3	6	6	6	5	6	32	32
	Bára	Tížková	8	7	3	6	5	3	32	32
4.	Adéla	Hanková	6	-	6	6	5	-	23	23
5.	Kateřina	Zástěrová	-	7	-	6	5	-	18	18
6.	Dominik	Vrba	4	7	1	1	2	1	16	16
7.	David	Vranešic	8	3	-	1	-	-	12	12
8.	Jan	Havelka	-	-	-	1	5	0	6	6
9.-10.	Eliška	Mrhová	0	1	-	0	2	-	3	3
	Lukáš	Nohejl	-	2	-	1	-	-	3	3

9. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	∑
1.	Damian	Waloszek	8	7	6	6	5	8	40	40
2.-3.	Eliška	Červenková	8	7	6	6	5	5	37	37
	Alžběta	Maleňáková	8	7	3	6	5	8	37	37
4.	Filip	Oplt	4	7	6	6	5	8	36	36
5.	Tomáš	Nguyen	8	7	6	6	5	0	32	32
6.	Adam	Poloček	6	7	6	1	5	4	29	29
7.	Martin	Karlík	5	6	6	4	5	0	26	26
8.	Markéta	Machalová	-	7	-	6	5	-	18	18
9.	Tomáš	Bajer	5	6	-	1	5	-	17	17
10.	Anežka	Salátová	4	-	-	-	5	-	9	9