KOKOS

24.ročník ⋆ **5.leták**

KOMA 2012

Milý řešiteli, po zdařilém jarním soustředění připravujeme další KoKoSovou akci. Tentokrát se bude jednat o KOMA, Koperníkův Matboj, což je netradiční matematická soutěž určena žákům 6. – 9. tříd a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Celá soutěž proběhne 6. června 2012 v prostorách Gymnázia Mikuláše Koperníka v Bílovci. Soutěžit mezi sebou budou pětičlenné týmy z různých škol. Úkolem týmů bude v daném čase vyřešit co nejvíce příkladů.

Přijďte změřit své matematické dovednosti v konkurenci dalších týmů z dalekého okolí. Na našich stránkách *http://kokos.gmk.cz/koma* nalezneš podrobnější informace a také přihlášku. Těšíme se na Tebe!

Organizátoři

Zadání úloh

Občasné *FÍÍÍÍÍ* a *CHRRRR* proložené zvonivým *BIMMM* a *BAMMM*, dunivým *BUUMMM* a vysmívajícím se *LUP* opět pobíhalo okolo Ládi, kterého už tato skutečnost vůbec nepřekvapovala. Z událostí, které se mu v poslední době přihodily, byl totiž natolik zmatený, že už to snad více ani nešlo. Následkem toho také přestal vnímat většinu skutečností, které se okolo něj odehrávaly. A tak není divu, že když se objevil uprostřed monstrózního nádraží pro všemožné dopravní prostředky, přičemž některé z nich ještě nemohl žádný pozemšťan spatřit, začal pouze hledat vhodnou zastávku, na kterou by se postavil. Trochu k podivu je ovšem to, že ani okolní budoucí cestující, kteří různými více či méně vhodnými a obvyklými způsoby čekali na již předem vyvolený dopravní prostředek, nevěnovali jeho náhlému objevení vůbec žádnou pozornost. To bylo způsobeno pravděpodobně tím, že se Láďa zjevil shodou okolností na místě pro teleportaci. Sice v čase naprosto jiném než podle přepravního řádu, ale to v tuto chvíli nikdo nezaregistroval.

Nakonec si i náš učitel vybral zastávku a zařadil se do fronty čekajících.

Úloha 1. (7 bodů): Na zemi zahlédl papír, zvedl jej a začal číst. Byla to vytržená stránka ze sešitu se dvěma zajímavými fyzikálními příklady. Jako fyzikáře jej velmi zaujaly. Zadání prvního bylo: Raketa letící konstantní rychlostí v doletí ze Země na Pluto za čas t, na něm stráví 2 tamější dny a vydá se dál na cestu. Na sousední trpasličí planetu doletí za čas t_x a zůstane na ní 3 tamější dny. Poté letí na Zemi. Kdy se raketa vrátí na Zemi, víme-li, že doba strávená na Plutu byla 3,6krát delší než let na něj? Přelet z Pluta na sousední trpasličí planetu trval $\frac{1}{2}$ délky dne na Plutu a stejnou dobu strávila raketa na trpasličí planetě. Den na trpasličí planetě je roven 0,3 dne na Zemi. Vzdálenost trpasličí planetky od Země je 5krát větší vzdálenost než mezi Plutem a Zemí. Raketa odstartovala ze Země 1. 3. 2012 v 6:00.

Úloha 2. (8 bodů): Druhý příklad se týkal vlaku. Kluk jde tunelem. V okamžiku, kdy je 10 m před půlkou, za sebou uslyší vlak. Ten jede rychlostí 90 km/h a je od tunelu vzdálen přesně na délku tunelu. Klučina se bez váhání rozběhne směrem k vlaku a vyběhne z tunelu v okamžiku, kdy je vlak 4 m od tunelu. Kdyby běžel na druhou stranu, tak by jej vlak sejmul 8 m před koncem. Jak dlouhý je tunel?

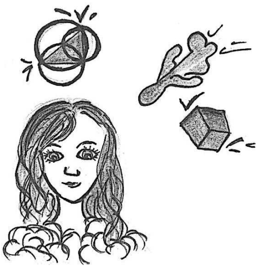
Láďa chvíli jen tak stál a hleděl před sebe, chvíli zase nervózně přešlapoval na místě.

Úloha 3. (5 bodů): Zastavil se u něj starší pán a vypadal lehce zmateně. Byl obchodníkem a začal vyprávět, jak za ním přišel jeden muž a nabídl mu takový obchod. Každý den dá muž obchodníkovi 100 Kč a ten mu za to dá první den 1 Kč, druhý 2 Kč, třetí 4 Kč, tedy vždy dvojnásobek než předešlý den. Obchodník chtěl poradit, kolik dnů by měla tato dohoda maximálně trvat, aby na tom celkově neprodělal. Také ho zajímalo, kolikátý den by měl dohodu ukončit, aby vydělal co nejvíce.

Pak už to ale nemohl vydržet, a tak si odkašlal a lehounce zaklepal na rameno dívky stojící přímo před ním. „Mohl bych se vás prosím na něco zeptat?“ vyšlo Láďovi z úst. Na nic ale nečekal, a dříve než stačila slečna odpovědět, pokračoval dále: „Kam se z této zastávky vlastně odjíždí?“ Dívka se na něj chvíli rozpačitě koukala, a tak si Láďa mohl všimnout jejích velkých zelených očí, a pak nejistě odpověděla: „Je to výletní trasa K ZAČÁTKU DUHY.“ Zároveň při pronášení názvu výletní trasy ukázala prstem směrem k ceduli s jízdním řádem, kde byl již zmiňovaný název – K ZAČÁTKU DUHY – vyvěšen. „Ano, ale kam to tedy pojedeme? Na začátek duhy se přece jen tak dojet nedá.“ „Když myslíte,“ řekla dívka a pokrčila přitom rameny. Následně se otočila a Ládi si přestala všímat. Ten se ale jen tak odbýt nenechá. Navíc teď začal být trochu zvědavý a chtěl se toho dozvědět mnohem více. Znovu tedy zelenookou slečnu oslovil: „Mohla byste mi prosím ještě říci, kterého je dneska?“ „12. 3.,“ zaznělo z úst slečny, která už se ale nenamáhala s podle ní naprosto zbytečným otáčením směrem k Láďovi, kterému toto datum nepřišlo ani trochu podivné. To bylo způsobeno hlavně tím, že z hodiny fyziky zmizel právě 12. 3. – jenže o pár let dříve.

Dívka působila dojmem, že už nemá o jakoukoliv komunikaci s Láďou zájem, a ten, protože ji nechtěl obtěžovat, se začal rozhlížet po okolí. Pozoroval lidi stojící ve velmi dlouhé řadě před ním i ty, kteří přišli až po něm, ale protože se mu mezi nimi nepovedlo najít nikoho pro něj dostatečně zajímavého, začal se rozhlížet i po dalších zastávkách v jeho blízkosti.

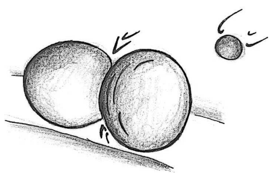
Úloha 4. (8 bodů): Okolí na něj působilo zvláštním dojmem, i lidé se tu bavili o úplně jiných věcech, než byl zvyklý. Zaslechl dva postarší pány, jak se dohadují, kolik existuje trojmístných čísel x takových, že $(x^3 - x)$ je dělitelné 31?



A právě v ten moment, kdy ho uchvátil jeden velmi zvláštní klobouk nacházející se na hlavě menšího postaršího pána stojícího na protější zastávce, se objevila velká bublina. Vypadala jako bublinka vyfouknutá z bublifuku, jen byla značně větší, pevnější a rozhodně z bublifuku nepocházela. Dalo by se říci, že profičela kolem Láďi a zastavila přesně na začátku jeho zastávky. Do té doby si to vůbec neuvědomil, ale podivné dopravní prostředky se vlastně celou dobu objevovaly všude okolo něj. Nejdříve byl však naprosto zabrán do rozhovoru se slečnou, následně do pozorování čekajících a pak do toho klobouku, takže si ani neuvědomoval, co kolem vlastně projíždí.

Úloha 5. (6 bodů): Také zahlédl přepravní krychli, jejíž hranu odhadoval na 6 m. Uvnitř byl ukryt osmistěn, jehož vrcholy byly ve středech stěn krychle. Dokázal bys vypočítat povrch a objem osmistěnu?

Úloha 6. (6 bodů): Další prapodivný dopravní prostředek se pohyboval pomocí mechanizmu, který zahrnoval pravoúhlý trojúhelník (pro lepší představivost si jej označíme ABC, kde pravý úhel je při vrcholu C). Láďa odhadoval poměr $AC : AB = 5 : 13$. Nad stranami AB, BC, AC byly pořadě sestrojeny kružnice k, l a m tak, že jednotlivé strany byly průměry těchto kružnic. Láďa si taky dovolil odhadnout obvod kružnice k na 676 cm. Tobě zbývá za úkol jen zjistit obvody kružnic l a m.

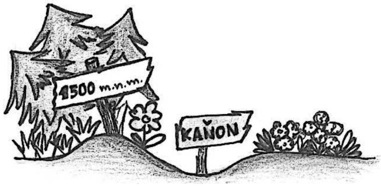


Teď ho však zaujala ta velká průhledná koule, která nejspíš měla sloužit k jeho budoucí dopravě neznámo kam. Právě ve chvíli, kdy do ní začali nastupovat první lidé, se za ní objevila další. Úplně stejně jako ta první si prosvištěla podél zastávky a zastavila přímo za již z poloviny obsazenou první bublinou. Když přijela třetí, Láďa si všimnul, že při zastavování vždy lehce ťuknou do koule stojící před nimi. Při tomto zjištění mu však bylo trochu líto, že se pořádně nedíval a teď neví, jak to vlastně dělá ta první bublina, před kterou ještě nic nestojí. Lidé rychle mizeli uvnitř bublin a bubliny stále přibývaly a přibývaly. Láďa už měl brzy přijít na řadu a také nastoupit, z čehož začal být mírně nervózní a zároveň plný očekávání z toho, co přijde. Když chtěl ale udělat krok dovnitř, jako to viděl u ostatních cestujících, ozvalo se: „Lístek, prosím.“ „Lístek?“ zeptal se zmateně Láďa, ale vzápětí mu došlo, že zadarmo se jen tak cestovat nedá. Otočil se tedy na jedné noze a chtěl udělat krok pryč, aby nebránil lidem v nastupování. To už ale nestihl, protože hlasité *PUK*, následované protáhlým *PCHHHH* způsobilo vyděšený výraz na tvářích všech okolo. Všech kromě dívky se zelenýma očima a zvláštního klobouku, který měl shodou okolností také svůj vlastní výraz.

* * *

Nyní je asi potřeba zamyslet se trochu nad tím, co vlastně může placatý tvar planetě způsobit. Není úplně placatá, takže se její obyvatelé stále vyskytují ve 3D prostoru (ale přítomností Kuby se může i toto lehce změnit), nějaké problémy však nastat můžou. Může například dojít k některým zásadním i k některým méně zásadním změnám reliéfu dané planety. Což se samozřejmě stalo v našem případě, tedy spíš v případě Kuby, Anežky a dalších obyvatel. A proto jsou některá pohoří více či méně vysoká, některá údolí více či méně hluboká a některé roviny už nadále nejsou rovinami. Některým obyvatelům samozřejmě trvá déle, než na některou z těchto skutečností přijdou, jiní si to uvědomí téměř okamžitě – například, když máte přímo před domem třímetrový hrbolek místo dvoukilometrové hory, dojde vám téměř okamžitě, že něco není v pořádku.

Anežka s Kubou se však v takové krajině nevyskytují, a tak jim pár dní trvalo, než došli k závěru, že je stále něco v nepořádku. Tato myšlenka jim poprvé přišla na mysl, když se vydali na výlet na svůj oblíbený kopec. Šli mírně delší dobu a také byli více unavení než obvykle. Tohle by se však dalo nějakým způsobem omluvit a mohli byste to připsat spoustě jiných okolností. Ale výhled, který se jim rozevřel z vršku kopce, byl značně odlišný. Obě děti si všimly, že je něco špatně. Po čase i oba došli k závěru, že za to s největší pravděpodobností může nějaké Kubovo kouzlo. Ani Anežka, ani Kuba však z tohoto nemohli poznat, že je jejich planeta placatá.



Napadala je spousta různých alternativ, co vlastně hoch způsobil. Žádná z nich se ale ani trošičku neblížila pravdě. Kromě toho, že jsou na jiné planetě, uvažovali také o přemisťování pohoří a údolí, cestování do minulosti či do budoucnosti a spoustu dalšího. Jen nevěděli, co teď vlastně mají dělat. Nakonec se rozhodli vydat zpátky domů a poradit se s dědečkem, kterého s trochou nadsázky považovali za největšího kouzelníka všech dob.

Než dokázali sejít kopec, zahalila je i celou okolní krajinu šedočerná tma a hvězdy se jen marně snažily proniknout skrz zamračenou oblohu. V době, kdy dorazili domů, už dědeček spal a bylo o něm známo, že když usne, tak jej jen tak něco nevzbudí. Děti bohužel nevěděly, co je ta věc, která dědečka probudí, a tak se rozhodly navštívit jej hned ráno. Rozutekly se domů a s velmi neklidnou hlavou plnou zamotaných myšlenek a katastrofických scénářů o konci světa se snažily usnout.

*Řešení úloh 5. série posílejte do **1.6.2012** na známou adresu:*

KoKoS
Gymnázium Mikuláše Koperníka
17. listopadu 526
743 01 Bílovec

Autorská řešení 4. série

Úloha 1.

Označíme si hledané číslo jako $a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9a_{10}$. Z podmínek zjistíme, že:

- Na pozici a_{10} bude 0, tím pádem na pozici a_5 zbyde 5
- Číslice a_2, a_4, a_6 a a_8 musí být sudé
- Tím pádem číslice na pozicích a_1, a_3, a_7 a a_9 budou liché
- Číslo $a_1a_2a_3a_4$ je dělitelné čtyřmi, takže a_3a_4 je dělitelné čtyřmi, na pozici a_3 je lichá číslice a na pozici a_4 má být sudá, tudíž na pozici a_4 mohou být číslice buď 2 nebo 6
- Číslo složené z prvních osmi číslic je dělitelné osmi, proto je i $a_6a_7a_8$ dělitelné osmi, a_6 je sudé, a_7 liché a a_8 sudé, tím pádem bude na pozici a_8 buď číslice 2 nebo 6
- Číslice 2 a 6 budou buďto na pozicích a_4, a_8 nebo naopak, tím pádem zbývající sudá čísla 4 a 8 budou na pozicích a_2, a_6 nebo naopak
- Nyní si sestavíme možné trojice pro:
  - $a_4a_5a_6$ – 258, 654
  - $a_1a_2a_3$ – 147, 741, 183, 189, 381, 387, 783, 789, 981, 987
  - $a_7a_8a_9$ – 123, 129, 321, 327, 723, 729, 921, 927, 369, 963

Poskládáním těchto trojic sestavíme výsledné číslo 3 816 547 290.

Míša

Úloha 2.

Označme si bod, ze kterého moucha vyletěla jako bod M. Z trojúhelníku AMX se pokusíme zjistit velikost úhlu AXM. Víme, že úhel při vrcholu A je $60°$ (protože pavučina je ve tvaru rovnostranného trojúhelníku). Také víme, že úhel při vrcholu M je $90°$. Protože součet vnitřních úhlů trojúhelníku je vždy $180°$, jednoduše dopočítáme, že velikost úhlu $AXM = 30°$.

Nyní se soustřeďme na trojúhelník XYC. Úhel při vrcholu C má $60°$ a ze zadání víme, že velikost úhlu CXY je rovna velikosti úhlu $AXM = 30°$. Úhel při vrcholu Y tedy opět dopočítáme do $180°$ a zjistíme, že má velikost $90°$. Všimněme si, že trojúhelníky AMX a XYC mají shodné velikosti vnitřních úhlů, jsou to tedy trojúhelníky podobné. To znamená, že strany v trojúhelníku AMX jsou ve stejném poměru jako strany v trojúhelníku XYC. Této vlastnosti později využijeme k dosažení výsledku.

Nyní se podívejme na trojúhelník tvořený vrcholy A, C a patou výšky vedené z bodu C (označme ji jako patu P). Je zřejmé, že $|AP| = 4$ cm. Místo, ze kterého moucha vyletěla, je vzdálené 3 cm od vrcholu A. Dělí tedy stranu AP v poměru 3 : 1. Protože moucha letí kolmě na stranu AP, bude v tomto poměru dělit i stranu, do které dopadne, tedy stranu AC. Ta má 8 cm, z čehož vyplývá, že moucha dopadne 6 cm od vrcholu A a 2 cm od vrcholu C (poměr 3 : 1). To je tedy přesná poloha bodu X.

Nyní využijeme podobnosti trojúhelníků AMX a XYC. Jestliže $|AX| = 6$ cm a $|AM| = 3$ cm, jsou $|AX| : |AM|$ v poměru 2 : 1. V tomto poměru tedy musí být $|XC| : |CY|$. Jestliže $|XC| = 2$ cm, musí tedy $|CY| = 1$ cm.

Pythagorovou větou už jednoduše dopočteme $|XY|$:

$$|XY|^2 + |YC|^2 = |XC|^2$$
$$|XY| = \sqrt{3}$$

Jiřík

Úloha 3.

Nejlepší způsob jak vypočítat obsah vyšrafované plochy je vypočíst obsah kruhové výseče XS_1X' a ten odečíst od obsahu trojúhelníku ABS_1. Výseč XS_1X' se dá spočítat jednoduše. Je to šestina obsahu kruhu o poloměru 5 cm, tedy $\frac{5^2 \cdot \pi}{6}$. A teď obsah ABS_1: Úhel AS_1S_2 je polovinou úhlu AS_1B, má tedy velikost 30°. Úhel AS_2S_1 je polovinou úhlu AS_2B, má tedy velikost 60°. Dále víme, že součet vnitřních úhlů trojúhelníku musí být roven 180°. Z posledních tří vět vyplývá, že úhel S_1AS_2 má velikost $180° - 30° - 60° = 90°$. Trojúhelník S_1AS_2 je tedy pravoúhlý, tudíž na něj můžeme aplikovat Pythagorovu větu:

$$10^2 - 5^2 = |AS_1|^2$$
$$|AS_1| = \sqrt{75}$$

Víme, že trojúhelník AS_2B je rovnoramenný s úhlem proti základně 60°, je tedy rovnostranný. Teď spočteme jeho obsah např. tímto vzorcem:

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

(který platí pro rovnostranný trojúhelník)
Obsah vyšrafované plochy je tedy roven:

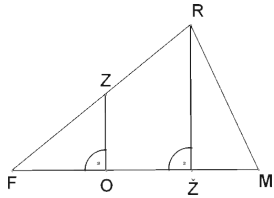
$$\frac{75\sqrt{3}}{4} - \frac{5^2\pi}{6} = 19,386$$

Správný výsledek je 19,386 cm^2.

Vasil

Úloha 4.

Po provedení náčrtku vidíme, že bude třeba nejprve spočítat $|ŽR|$. Učiníme tak pomocí
Pythagorovy věty:



$$|ŽR|^2 = |FR|^2 - |FŽ|^2$$
$$|ŽR| = \sqrt{112}$$

Obsah trojúhelníku $FŽR$ můžeme spočítat takto:

$$S_{FŽR} = \frac{|FŽ| \cdot |RŽ|}{2}$$

Protože OZ je střední příčkou v trojúhelníku $FŽR$ a víme, že střední příčka dělí jeho obsah v poměru 1 : 3, určíme obsah čtyřúhelníku takto:

$$S_{OŽFR} = \frac{3}{4} \cdot S_{FŽR} = \frac{3|FŽ| \cdot |RŽ|}{8}$$

Pája

Úloha 5.

Zaveďme si z takové, že z je minimální z čísel a, b, c. Po úpravě první rovnice získáváme:

$$x = y + z$$

Od dvojnásobku první rovnice odečtěme druhou, získáme tak:

$$b = 4x - 4y$$

Nahrazením výrazu $y + z$ za x z prvního poznatku získáváme:

$$b = 4z$$

Nyní je zřejmé, že číslo b není nejmenší. Zbývají čtyři možnosti:

$$(a = x; b = y), (b = x; a = y), (b = x; c = y), (c = x; b = y)$$

Teď už se ale nedá nic nápaditého udělat, tyto případy se musí otrocky dosadit, čímž dostaneme čtyři soustavy tří rovnic o třech neznámých, které jsme schopni řešit mnohými způsoby. Výsledky v oboru přirozených čísel však ukázal jen případ $(c = x; b = y)$, a to následující: $a = 1; y = b = 4; x = c = 5$.

Vasil

Úloha 6.

Předpokládejme, že výrok: „Všichni nečestní lidé tvoři jednu podmnožinu.“ je pravdivý. Podmnožina sdružující všechny nečestné lidi se po někom jmenuje – řekněme po Petrovi, této podmnožině budeme říkat Petrova podmnožina. Petr je buď čestný, nebo nečestný, a v obou případech dojdeme k rozporu. Předpokládejme, že Petr je čestný. Pak je v Petrově podmnožině, jenomže Petrova podmnožina sdružuje pouze nečestné lidi, takže to není možné. Naopak jestliže Petr je nečestný, potom je členem podmnožiny nečestných lidí, a to znamená, že je členem Petrovy podmnožiny, což činí Petra člověkem čestným. Takže ať vezmeme z kteréhokoli konce, dojdeme k rozporu. Výrok: „Všichni nečestní lidé tvoři jednu podmnožinu.“ je nepravdivý.

Péťa

Jak dokázat pravdu pomocí nepravdy?

Aneb důkaz sporem

Spor

Jestliže máme dokázat nějaké matematické tvrzení, které by nemělo platit pro žádný prvek v dané množině, pak můžeme použít jednu z metod matematických důkazů, která se nazývá důkaz sporem.

Podstatou této metody je tato logicky správná úvaha: Budeme předpokládat, že dané tvrzení platí pro alespoň jeden prvek dané množiny. Z tohoto předpokladu vyvozujeme logicky správná tvrzení tak dlouho, dokud nedojdeme k tvrzení, které je evidentně neplatné, nebo které je v rozporu s předpokládaným tvrzením. Zřejmě jsme tedy předpokládali to, co není pravdou. Pravdivé tvrzení je poté to, které jsme měli původně dokázat.

Důkaz sporem jste mohli použít například v 6. úloze 4. série KoKoSu (viz autorské řešení). Nyní si uvedeme několik situací, ve kterých můžete důkaz sporem využít. Doufáme, že uvedené příklady vám pomohou v dalším řešení úloh tak, že úlohy, ve kterých dokazujete tvrzení, které neplatí pro žádný prvek dané množiny, budete příště dokazovat převážně sporem.

Úloha 1. Dokažte, že zlomky $\frac{7n-1}{4}$ a $\frac{5n+3}{12}$ nemají zároveň kladnou celočíselnou hodnotu pro žádné přirozené číslo n.

Řešení. Předpokládejme, že zmíněné zlomky jsou pro některé přirozené číslo n oba zároveň celá kladná čísla p a q:

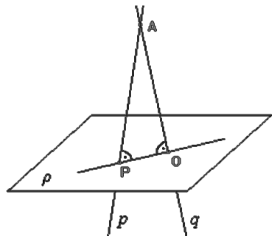
$$\frac{7n-1}{4} = p$$
$$\frac{5n+3}{12} = q$$

Z první rovnice vyplývá: $n = \frac{4p+1}{7}$, z druhé plyne: $n = \frac{12q-3}{5}$. Proto platí:

$$\frac{4p+1}{7} = \frac{12q-3}{5}$$
$$20p + 5 = 84q - 21$$
$$42q = 10p + 13$$

To by ale znamenalo, že levá strana rovnice je nenulové sudé číslo rovnající se pravé straně rovnice, což je nenulové liché číslo. Rovnost levé a pravé strany rovnice je zřejmý spor. Dokázali jsme, že zlomky $\frac{7n-1}{4}$ a $\frac{5n+3}{12}$ nemají zároveň kladnou celočíselnou hodnotu pro žádné přirozené číslo n.

Úloha 2. Dokažte, že každým bodem A, který neleží v rovině ρ, prochází nejvýš jedna přímka p kolmá na rovinu ρ.
Řešení. Budeme předpokládat, že existuje aspoň jeden bod A, který neleží v rovině ρ a kterým procházejí aspoň dvě přímky p kolmé na rovinu ρ. Obrázek znázorňuje dvě přímky p, q, které procházejí bodem A a jsou „kolmé“ na rovinu ρ. (Kolmost je ovšem jen vyjádřena značkami, ve skutečnosti svírají přímky ostré úhly málo odlišné od pravých.)



Platí-li výrok, že existuje aspoň jeden bod A, který neleží v rovině ρ a kterým prochází aspoň dvě různé přímky kolmé na rovinu ρ, pak vzniká (tj. existuje) trojúhelník APO, který má dva vnitřní úhly pravé, a tudíž součet vnitřních úhlů je větší než $180°$, což je spor. Platí tedy původní věta: Každým bodem A, který neleží v rovině ρ, prochází nejvýš jedna přímka kolmá na rovinu ρ.

Úloha 3. Dokažte, že součet druhých mocnin čtyř po sobě jdoucích přirozených čísel nemůže být druhou mocninou žádného přirozeného čísla.
Řešení. Součet druhých mocnin libovolných čtyř po sobě jdoucích přirozených čísel znamená:

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 = 4n^2 + 12n + 14 = 4(n^2 + 3n + 3) + 2,$$

kde n je přirozené číslo.

Tento součet je sudý, tudíž pokud by existovalo nějaké příslušné číslo p takové, aby $4(n^2+3n+3)+2 = p^2$, muselo by být číslo p také sudé, ale to by znamenalo, že p^2 musí být dělitelné čtyřmi. Avšak součet $4(n^2 + 3n + 3) + 2$ není dělitelný čtyřmi, a tudíž takové číslo p neexistuje.

Tímto jsme dokázali, že součet druhých mocnin čtyř po sobě jdoucích přirozených čísel nemůže být druhou mocninou žádného přirozeného čísla.

Péťa, Katka

Výsledkové listiny

Tady najdete jen několik nejlepších řešitelů, pro úplné výsledkové listiny se podívejte na naše internetové stránky.

6. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Klára	Mořkovská	8	6	6	5	-	6	31	92
2.	Jan	Kačenka	8	6	6	5	-	-	25	82
3.	Dušan	Morbitzer	1	1	2	1	-	6	11	44
4.	Jakub	Kára	-	-	-	-	-	-	0	33
5.	Ondřej	Šerek	-	-	-	-	-	-	0	6

7. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Martin	Dušek	8	6	8	5	0	6	33	107
2.	Jan	Havelka	8	6	8	5	6	4	37	97
3.	Jan	Preiss	8	6	8	5	-	-	27	80
4.	Michal	Kresta	8	6	8	4	-	-	26	79
5.	Barbara	Gaura	-	-	-	5	-	4	9	74
6.	Berenika	Čermáková	8	-	-	-	-	-	8	65
7.	Bára	Tížková	-	6	8	5	-	6	25	63
8.	Adéla	Hanková	-	6	8	5	-	6	25	58
9.	Zuzana	Nieslaniková	-	-	-	-	-	-	0	9
10.	Dominika	Čmielová	-	-	-	-	-	-	0	6
11.	Barbora	Plucnarová	-	0	-	-	-	-	0	3
12.	Simona	Ogrodzká	-	-	-	-	-	-	0	1

8. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Aleš	Krčil	8	6	8	5	9	6	42	147
2.	Alžběta	Maleňáková	8	6	8	5	9	5	41	143
3.	Eliška	Červenková	8	6	8	5	8	6	41	119
4.	Ondřej	Beránek	8	6	8	5	9	6	42	99
5.	Damian	Waloszek	8	6	8	5	9	5	41	92

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
6.	Adam	Poloček	8	2	7	4	9	4	34	89
7.	Martin	Karlík	-	6	6	5	-	4	21	77
8.	Tomáš	Nguyen	-	-	-	5	-	6	11	55
9.	Matouš	Petřík	-	-	-	-	-	-	0	51
10.	Magdalena	Poukarová	-	-	-	5	-	-	5	49
11.-12.	Anastázie	Chalupová	0	1	6	5	-	-	12	37
	Pavel	Vondráček	-	-	-	-	-	-	0	37
13.	Veronika	Aulichová	-	-	-	-	-	-	0	25
14.	Tomáš	Bajer	-	-	-	-	-	-	0	21
15.	Johana	Koberová	-	-	-	-	-	-	0	17
16.	Tereza	Kotlasová	-	-	-	-	-	-	0	10
17.	Daniel	Smetana	-	-	-	-	-	-	0	7
18.-19.	Barbora	Brabcová	-	-	-	-	-	-	0	5
	Veronika	Neustadtová	-	-	-	-	-	-	0	5
20.	Lucie	Burgetová	-	-	-	-	-	-	0	3
21.-22.	Anna	Gociek	-	-	-	-	-	-	0	2
	David	Nový	-	-	-	-	-	-	0	2

9. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Anna	Kufová	8	6	8	4	9	6	41	151
2.	Adam	Gaura	8	6	8	5	-	4	31	115
3.	Tereza	Tížková	8	1	8	4	3	6	30	86
4.	Daniel	Pišťák	-	-	-	-	-	-	0	82
5.	Marek	Janka	-	-	-	-	-	-	0	60
6.	Jan	Jedlička	-	-	-	-	-	-	0	31
7.	Matěj	Švanda	-	-	-	-	-	-	0	24
8.	Karolína	Škovronová	-	-	-	-	-	-	0	22
9.-10.	David	Šimon	-	-	-	-	-	-	0	13
	Michal	Štěpán	-	-	-	-	-	-	0	13
11.	Aleš	Lipl	-	-	-	-	-	-	0	10
12.	Daniel	Musil	-	-	-	-	-	-	0	8
13.	Tran	Ngoc Mai	-	-	-	-	-	-	0	4