KOKOS

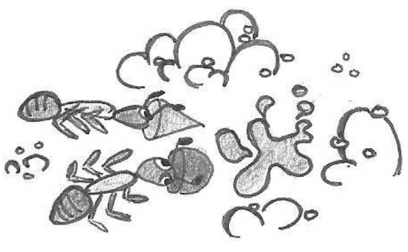
24.ročník ⋆ 3.leták

Konečně nadešlo období Vánoc a s ním i všemi očekávané dárky. Jeden takový Ti v předstihu posíláme v podobě již třetí KoKoSové série. Jako obvykle zde najdeš pokračování příběhu, šest zajímavých úloh a Piroh, ve kterém se tentokrát podíváme na pravděpodobnost. Přejeme Ti krásně prožité vánoční svátky, hodně matematických úspěchů v novém roce a spoustu zábavy s KoKoSem.

Zadání úloh

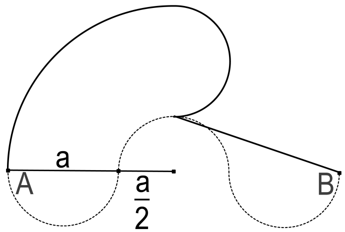
HVJŮŮŮŮ BUUMMM!!! bylo to poslední, co Anežka zaslechla, než jí prudký poryv větru odfoukl její nově opravený zelený klobouk z hlavy do neznáma a následná sněhová bouře, vzhledem k létu podobajícímu se ročnímu období způsobená kdovíčím, pokryla všechno, co na zemi dokázala najít. Dívka ležela na zemi s naprosto vytřeštěnýma očima a lapala po dechu. Po chvíli se posadila a přemýšlela, co asi mohlo způsobit tento absolutně nepředvídatelný okamžik, ve kterém, i přes jeho neodolatelné kouzlo, nedokázala najít pranic uspokojivého. Před očima se jí míhal jeden přírodní úkaz za druhým, ale žádný z nich bohužel neuměl vysvětlit situaci, ve které se nacházela. Až pak, kdy už vzdala své snažení a nevěřícně koukala kolem sebe, *BLIK*. Kuba si zase s něčím zahrává, pomyslela si, zatímco uháněla směrem k místu, kde dříve v hustém lese bývala opuštěná chaloupka.

„Zase nic?! Já chci jen větší a měkčí postel, a taky trochu teplejší!“ křičel Kuba, když se vzpamatoval z právě proběhlého otřesu. Spoušť, kterou všude kolem způsobil, ho vůbec nezajímala.



Úloha 1. (7 bodů): Dokonce se mu povedlo rozsypat bonbóny z velké skleněné dózy. Jeden Anežku velmi upoutal. Skládal se ze tří částí – růžového kužele, žlutého válce a modré polokoule – které na sebe přesně navazují a tvoří jeden celek (každé z těles má stejný průměr podstavy). Anežce připadalo, že růžová část má stejný objem jako modrá a tak ji napadlo – jaký je průměr největšího možného průřezu bonbónu, když je určitě vyjádřen celým číslem v centimetrech. Řez je veden z boku, takže průřez bude určitě ve tvaru kruhu a objem bonbónu není větší než 320 cm^3?

Úloha 2. (6 bodů): Není se čemu divit, že se v takovém nepořádku na podlaze objevili mravenci. Než stihla Anežka posbírat bonbóny ze země, tak se vyřítil ten drobný hmyz a ukradl jí je. A jak se jim v tom snažila zabránit, pomohla jim jeden bonbón roztrhnout. A tak z místa A vyběhli dva mravenci, jeden nesl růžový kus a druhý modrý. Ten první běžel po přerušované trase a druhý po trase vyznačené křivkou, a oba se snažili dostat ke dveřím na místě B (viz obrázek). Anežka si tipla, že první tam bude ten s růžovým kusem, a to v polovičním čase než mravenec s modrým. Může mít pravdu?



A tak se ani nemůžeme divit, že jen pomyšlení na jakoukoliv nápravu jím způsobených škod, by v něm vyvolalo hluboké záchvaty smíchu. „Byl jsem blízko. Určitě už jsem musel být hodně blízko.“ Říkal si Kuba nahlas, zatímco vytahoval všemožné knížky ze sněhové pokrývky. Většina z nich byla velká a stará, ale i přes to byly všechny velice zachfovalé. Jejich názvy vám říkat nebudu, protože i kdybych to udělala, tak byste jim stejně nerozuměli. Kuba většině z nich taky nerozuměl, ale celou dobu se tvářil, jako by byl tím největším a nejuznávanějším znalcem v dané oblasti. Po chvíli se Kubovi nadšeně rozzářila očka, to právě ze sněhu vytáhl další knihu. Nebyla ani tak velká, ani tak stará jako ostatní, přesto však vypadala velmi důležitě.

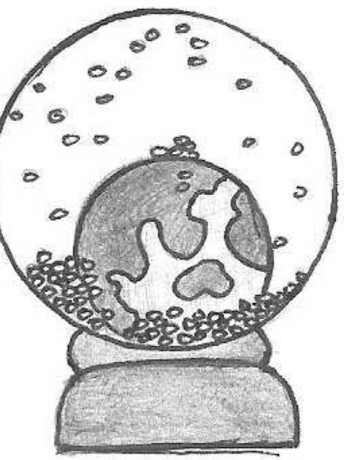
Úloha 3. (8 bodů): Na jejím přebalu bylo něco napsáno zlatým písmem a pod tímto textem se nacházel zvláštní obrazec. Když se na něj Anežka ptala, Kuba vehementně tvrdil, že je to konvexní čtyřúhelník. A hned se rozvzpomněl na jednu úlohu ze školy, se kterou měl problém. Měl konvexní čtyřúhelník $ABCD$ s pravým úhlem při vrcholu C. Bod S byl střed úsečky AB. A potřeboval dokázat, že platí

$$2|CS| \leq |BD| + |DA|$$

a určit, kdy nastane rovnost. Anežka litovala, že se vůbec ptala. Dokázal bys vyřešit úlohu, když se k tomu ti dva nemají?

Její důležitost pak hoch podtrhl ještě tím, že ji položil na všechny ostatní knihy, aby se již více nenamočila. Otevřel ji a začal listovat. Došel zrovna na sedmou stránku a vyhledal si na ni šestý odstavec, když mu onu veledůležitou knihu někdo vytrhnul z rukou. Zvedl hlavu a spatřil naštvaný výraz ve tváři podle něj nejkrásnějšího stvoření, které znal. Usmál se a zapříčinil tak, že se Anežčina tvář rozzářila jako sluníčko, načež se již uklidněná dívka jednoduše zeptala: „Copak to zase provádíš?“ „Jen se mi trošičku nepovedlo kouzlo na opravu postele, ale myslím si, že to nebude tak zlé. Při současných teplotách sníh roztaje za pár dní a nic horšího jsem snad už nezpůsobil.“ Řekl naprosto klidně Kuba stále s úsměvem na tváři.

Nyní však musím uvést na pravou míru několik věcí, aby případný čtenář nebyl zmatený. Kouzlo se Kubovi povedlo, měl totiž velmi zvláštní dar a ten způsobil, že se mu povedlo kterékoliv kouzlo chtěl. Jenže Kuba neovládal starou magickou řeč, kterou byly napsány všechny kouzelné knihy, které vlastnil. Říct, že ji neovládal, je možná až příliš, dodejme tedy, že ji ovládal jen lehce a v základech. Jazyk byl o to složitější, že měl obrovské množství dialektů. Větší než slon, řekl by někdo, ale pro jiného by i toto množství bylo příliš malé, a tak se asi spokojíme s tím, že jich prostě bylo neuvěřitelně mnoho. To ovšem Kubu při čtení moc nezajímalo, a tak se nemůžeme divit, že se velice často dočetl něco úplně jiného, než co v knihách skutečně bylo. To naopak Anežka tohle všechno věděla, i když řeč také neovládala, ale Kuba si prostě od nikoho nedá říct. A proto se někdy až příliš často stává, že vesmírem poletují náhodná kouzla a samy si hledají místo, kde začnou a také kde skončí působit svým magickým vlivem. To se také stalo s posledním kouzlem, které Kuba použil. Vůbec to totiž nebylo kouzlo na opravování postelí, jak se hoch velice nesprávně domníval. A tak se stalo, že si ono vyvolané kouzlo vybralo celou planetku, kde Kuba s Anežkou, a samozřejmě také dalšími pro tento příběh naprosto nedůležitými obyvateli, bydleli. Tu to pak zmenšilo a přeneslo na naprosto nečekané místo. Výše zmínění se tedy dostali na planetu Zemi, kde celá jejich planetka skončila uvězněná uprostřed skleněné vánoční koule, se kterou zrovna v té nešťastné chvíli někdo zatřepal. Tuto skutečnost si prozatím ještě nikdo neuvědomoval, ale určitě vám nemusím říkat, že až k tomu dojde, pokud se tak stane, nebude to zrovna nejhezčí zjištění, jaké si člověk, či jiný myslící tvor, dokáže představit.



Vracíme se k příběhu zrovna ve chvíli, kdy se Anežka s Kubou snaží přelouskat onu důležitou knihu plnou kouzel a najít to, po kterém Kuba tak touží. „Není ta kniha náhodou až moc důležitá, na tak obyčejné kouzlo, jakým je obyčejná oprava úplně obyčejné postele?“ prohodila Anežka, a aby dodala ještě větší důraz svým slovům, přidala ještě jedno velké *OBYČEJNÁ – É – Ý – Ě.* „Neplácej tady hlouposti plné nesmyslů, a raději mi pomož přeložit tento odstavec,“ povídá Kuba a dívčinu poznámku o přílišné důležitosti oné knihy pro tak fádní kouzlo si nejspíš ani neuvědomil.

„Tady to je! To bude určitě ono!“ křičí Kuba na Anežku, ačkoliv ona stojí sotva půl metru od něj.

Úloha 4. (6 bodů): Anežka se pokusila odvést jeho pozornost od kouzel k jídlu. Postavila na stůl kulatý jablečný koláč. Řezy od středu ke kraji jej rozdělila na několik nepravidelných kousků – každý měl různě dlouhou kůrku. Kuba odhadoval, že je průměrná délka kůrky 20 cm, a vzal si jeden kousek. Anežka byla přesvědčená, že zmenšil obvod koláče o čtvrtinu a tvrdila, že nyní je průměrná délka kůrky pouze 19 cm. Co myslíte, jaký byl původní obvod celého nerozřezaného koláče?

„Nevím, jestli je to úplně dobrý nápad. Dneska bylo těch nevydařených kouzel přece jen až až. A pokud se stane ještě něco dalšího, asi ti to jen tak neprojde. Jsi si alespoň jistý, že je to to správné kouzlo?“

„To víš, že jsem. Podívej se tady, na tohle místo, stojí tu „postel“. A tady, o kousek dále píšou „změna“. Co jiného by to asi mohlo být?“

„Samozřejmě, že jsi si jistý. To ty jsi vždycky, ale na mě to moc přesvědčivě nepůsobí.“

„Podívej se na to z jiné stránky. Bude to zábava. Většinou z toho vzejde něco zábavného nebo okouzlujícího, jen se rozhlédni okolo sebe. A navíc, co špatného by se asi tak mohlo stát?“

„Tak dobře, ať je tedy po tvém. Ale nemysli si, že tě pak zase budu tahat z průšvihu jako minule a slibovat všem hory doly, jen aby tě už nechali být.“

Pak už jen Anežka pozorovala, jak Kuba čaruje. Kdyby je viděl nějaký nestranný pozorovatel, asi by se hodně nasmál. Dívka však moc dobře věděla, jak magie funguje. A pro někoho naprosto nepochopitelné, směšné, podivné a nemotorné Kubovy pohyby ji připadaly velice ladné v porovnání s jinými kouzelníky.

Úloha 5. (5 bodů): To vše by k podivnosti stačilo, ale on měl na stěně pověšený prazvláštní obrazec. Prý k magickým účelům, ale Anežka ho podezřívala z tajné matematické vášně. Nacházel se tam pravoúhlý trojúhelník KLM s pravým úhlem u vrcholu M a s popsanými délkami $|LM| = 5$ cm a $|MK| = 12$ cm. Tomuto trojúhelníku byla opsána kružnice a k ní vedena tečna bodem M. Paty kolmice z bodů K, L na tečnu byly označené X, Y. Anežku napadlo, že až Kuba zase pokazí nějaké kouzlo, tak ho nechá za trest vyjádřit délku úsečky XY pomocí délek odvěsen a pak ji číselně spočítat.

Po chvíli ale znervózněla i Anežka a její duši pomalu, ale jistě, začal opouštět klid. Ono fádní a jednoduché kouzlo totiž trvalo neuvěřitelně dlouho, a to mu ještě ani nebyl konec. Ovšem přerušit Kubu by bylo o mnoho nebezpečnější než nechat ho jej dodělat. Sedla si tedy do sněhu, už ji vůbec nevadilo, že se celá promočí, a se zasmušilým výrazem pozorovala hocha a čekala, kdy už přijde konec.

Úloha 6. (6 bodů): Občas ta kouzla zas tak hrozně nedopadla. Podívala se na svůj prstýnek tvaru hvězdičky složené ze dvou pravoúhlých trojúhelníků poskládaných na sobě. Prstýnek vznikl, když se Kuba snažil vyčarovat duhu. Menší trojúhelník byl tmavě fialový kámen. Trojúhelník z bílého kovu pod ním vypadal, jako by vznikl zobrazením vrcholů fialového kamene v osové souměrnosti, a to vždy podle protější strany. Anežka věděla, že obsah menšího trojúhelníku je 1 cm^2. A tak se snažila přijít na to, jaký obsah má trojúhelník z bílého kovu. Dokázal bys jí s tím pomoci?

Pak, z ničeho nic, se Kuba posadil vedle ní. „Už jsi konečně skončil?!“ rozkřikla se na něj rozrušená dívka. „Ano,“ odpověděl Kuba, usmál se a navrhl: „Pojďme odhrnout sníh z mé postele, ať se můžu podívat, jestli se mi to povedlo nebo to mám zkusit znova.“ A zrovna ve chvíli, kdy se oba zvedli, vyletěla duhová kulička, která se z ničeho nic objevila, protože nikdo z přítomných nic takového, jako je duhová kulička, nevlastnil, někam do prostoru a následovala ji spousta citoslovcí, které si ani nedokážeme představit, natož je napsat.

*Řešení úloh 3. série posílejte do **23.1.2012** na známou adresu:*

KoKoS
Gymnázium Mikuláše Koperníka
17. listopadu 526
743 11 Bílovec

Autorská řešení 2. série

Úloha 1.

K rovnici $x^2 + 6x = y^2$ přičteme na obě strany číslo 9, levou stranu upravíme podle vzorce.

$$\begin{aligned} (x+3)^2 &= y^2 + 9 \\ (x+3)^2 - y^2 &= 9 \end{aligned}$$

Levá strana je rozdíl druhých mocnin, takže ji opět upravíme podle vzorce.

$$(x+3+y)(x+3-y) = 9$$

Protože x a y jsou celá čísla, jsou výrazy v závorkách opět celými čísly. Číslo 9 na pravé straně můžeme rozložit na součin těmito způsoby:

$$\begin{aligned} 1 \cdot 9 &= 9 \\ (-1) \cdot (-9) &= 9 \\ 3 \cdot 3 &= 9 \\ (-3) \cdot (-3) &= 9 \end{aligned}$$

Může tedy nastat 6 případů:

$$\begin{array}{lcl} x+3+y=1 & \wedge & x+3-y=9 \\ x+3+y=9 & \wedge & x+3-y=1 \\ x+3+y=-1 & \wedge & x+3-y=-9 \\ x+3+y=-9 & \wedge & x+3-y=-1 \\ x+3+y=3 & \wedge & x+3-y=3 \\ x+3+y=-3 & \wedge & x+3-y=-3 \end{array}$$

Nyní po vyřešení daných šesti soustav o dvou rovnicích dostáváme celkem 6 různých řešení:

x	y
-8	± 4
-6	0
0	0
2	± 4

Všechny úpravy byly ekvivalentní a nemusíme tedy provádět zkoušku.

Pája

Úloha 2.
Nazvěme počet kamenů na stole pozicí a rozeberme si následující situace, které pro mne mohou nastat:

- Jeden kámen na stole je pozicí prohrávající.
- Dva kameny na stole jsou pozicí vítěznou, vezmu 1 kámen, protihráč se dostane do pozice prohrávající.
- Tři kameny jsou pozicí prohrávající, když totiž vezmu v této pozici 3 kameny, prohraju, když 1, dostanu protihráče do vítězné pozice.
- Čtyři kameny jsou pozicí vítěznou, vezmu tři kameny, čímž dostanu protihráče do prohrávající pozice.
- Pět kamenů je pozicí vítěznou, vezmu čtyři kameny, protihráč se ocitne v prohrávající pozici.
- Šest kamenů je pozicí vítěznou, vezmu tři kameny, protihráč se ocitne v prohrávající pozici.
- Sedm kamenů je pozicí vítěznou, vezmu čtyři kameny, protihráč se ocitne v prohrávající pozici.
- Osm kamenů je pozicí prohrávající, protože vezmu-li 1, 3 nebo 4 kameny, dostanu protivníka do pozic 7, 5 nebo 4, které jsou pro něj vítězné.

Takto pokračuji a objevím, že prohrávající pozice jsou 1, 3, 8, 10, 15, 17, 22, 24 a další a že jsou to ta čísla, která po dělení sedmi dávají zbytek 1 nebo 3.
Jak je to tedy s 5000 a 6000?
5000 dává po dělení sedmi zbytek 2, je to tedy vítězná pozice a při 5000 kamenech Láďa vyhraje.
6000 dává po dělení sedmi zbytek 1, je to tedy prohrávající pozice a při 6000 kamenech Láďa prohraje.

Vasil

Úloha 3.

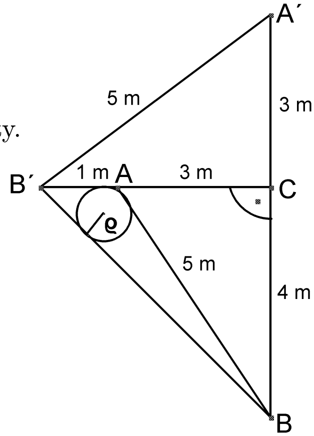
Označme si pozice strakáče, bílého a černého králíčka po řadě písmeny A, B, C. Nové pozice strakáče a bílého králíčka po řadě písmeny A', B'. Zajímá nás poloměr ρ kružnice vepsané $\triangle ABB'$. Ten můžeme vypočítat pomocí vzorce $\rho = \frac{S}{s}$, kde ρ je obsah $\triangle ABB'$ a $s = \frac{1}{2} o_{ABB'}$.

Zjistíme si tedy nejprve obsah a obvod $\triangle ABB'$.

$S = \frac{1}{2} \cdot |AB'| \cdot |BC|$

$S = 2 \text{ m}^2$

$o = |AB| + |AB'| + |BB'|$



Délku strany BB' určíme pomocí Pythagorovy věty.

$|BB'| = \sqrt{|CB'|^2 + |BC|^2}$

$|BB'| = 4\sqrt{2}$

$o = 6 + 4\sqrt{2}$ m

$s = 3 + 2\sqrt{2}$ m

Nyní můžeme spočítat samotný poloměr ρ:

$\rho = \frac{S}{s}$

$\rho = \frac{2}{3+2\sqrt{2}}$ m

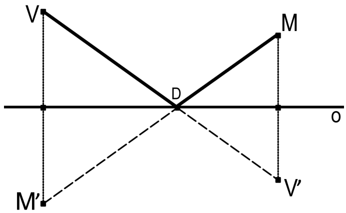
$\rho = 6 - 4\sqrt{2}$ m

$\rho \doteq 0,34$ m

Bára

Úloha 4.

Zvolíme si libovolně v jedné polorovině body M a V (reprezentující město a vesnici) a také přímku o zastupující řeku. Nyní zobrazíme v osové souměrnosti s osou o body M a V (ačkoliv pro řešení stačí i jeden z nich). Vzdálenost, kterou chlapec musí ujít je rovna $|MD| + |VD|$, díky osové souměrnosti lze toto ovšem přepsat do podoby $|MD| + |V'D| = |MV'|$, jak víme, nejkratší spojnice dvou bodů je přímka, tzn. že bod D musí náležet průniku přímky MV' a přímky zastupující řeku.



Honza

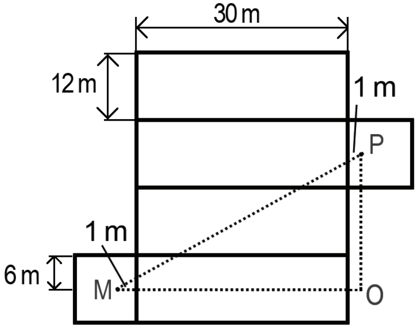
Úloha 5.

Výroky jednotlivých lidí si označíme písmenky, pro jednodušší orientaci.
A: Číslo je dělitelné dvěma. Číslo je trojciferné.
B: A nemluví pravdu. Číslo není dělitelné pěti.
C: Jedna cifra čísla je 6. Souhlasím s A, nesouhlasím s B.
D: Číslo je dělitelné 3. Jeho druhá cifra je 3.
E: A mluví pravdu. Číslo není dělitelné 111. Ciferný součet čísla je 27.
Víme, že právě dva mluví pravdu.
Nejprve budeme brát v úvahu jen ty části jednotlivých výroků, které se vyjadřují o pravdivosti jiných výroků.
Podívejme se na výrok C. Jako jediný se totiž odkazuje na 2 jiné výroky, proto je vhodné začít s ním. Říká: „souhlasím s A, nesouhlasím s B.“ Když C bude mluvit pravdu, tak mluví pravdu i A a zároveň B určitě lže. Ale když A mluví pravdu, tak musí mluvit pravdu i E, protože E říká, že A mluví pravdu. V tom případě by ale E mluvilo pravdu, a měli bychom tři lidi (A, C, E), kteří mluví pravdu. Ze zadání ale vyplývá, že pravdu mluví jen 2 lidé.
Takže C lže, tedy A i E lže a B s D tedy mluví pravdu. Vypíšeme si tedy pravdivé výroky a nepravdivé znegujeme (čímž dostaneme pravdivé):
Číslo není dělitelné 2. Je trojciferné. Není dělitelné 5. Není pravda, že jedna cifra hledaného čísla je 6. Číslo je dělitelné 3. Druhá cifra hledaného čísla je 3. Hledané číslo je dělitelné 111. Ciferný součet hledaného čísla není 27. Jestliže je hledané číslo trojciferné a je dělitelné 111, musí se skládat ze tří stejných cifer. Víme, že druhá cifra je 3, tudíž hledané číslo je 333.

Jiřík

Úloha 6.

Načrtněme si síť kvádru a zaznačme pozici mouchy a pavouka. Bod O získáme jako průnik rovnoběžek stran, které vedeme body P a M. Získáme trojúhelník MPO a pomocí Pythagorovy věty spočítáme délku strany MP:



$|MP|^2 = |MO|^2 + |OP|^2$
$|MP| = \sqrt{32^2 + 24^2}$
$|MP| = \sqrt{1600}$
$|MP| = 40$ m
Nejkratří cesta pavouka k mouše je 40 m.

Martin

Úvod do pravděpodobnosti

Než začneme se samotnou pravděpodobností, seznámíme se s několika pojmy, které je třeba pochopit.

Náhodný pokus je činnost, kterou můžeme provádět opakovaně a která za stejných podmínek může vést k různým výsledkům. Takovou činností může být například házení hrací kostkou nebo losování různých předmětů. Všechny výsledky, které mohou při pokusu nastat, tvoří **množinu možných výsledků** (značíme ji Ω). Jednotlivé podmnožiny této množiny nazýváme **jevy** (značíme je velkými písmeny). Všechny výsledky se pak dělí na **výsledky příznivé** a **nepříznivé** tomuto jevu.

Ukážeme si tyto pojmy na příkladu hodu jednou hrací kostkou.
Množina možných výsledků má šest prvků – na kostce může padnout šest různých čísel. Prvky množiny výsledků zapíšeme jako $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, počet prvků množiny značíme jako $|\Omega| = 6$. Jev by mohlo být například padnutí šestky, označíme si ho S. Příznivý výsledek je jeden (padnutí šestky), což můžeme zapsat jako $|S| = 1$, nepříznivé výsledky jsou všechny ostatní.

A teď se můžeme podívat na to, co je to vlastně pravděpodobnost. Pravděpodobnost jevu je číslo od nuly do jedné, vyjadřující, jak moc můžeme očekávat, že právě tento jev nastane. Pravděpodobnost jevu, který nenastane nikdy (nemožný jev), se rovná nule. Pravděpodobnost jevu, který nastane vždy (jistý jev), se rovná jedné.

Pravděpodobnost jevu určíme takto: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$, tedy jako podíl počtu příznivých a všech možných výsledků.

Ukažme si to na následujících dvou příkladech:

Házíme hrací kostkou. Jaká je pravděpodobnost, že padne číslo dělitelné třemi?

Nejprve si určíme množinu všech možných výsledků.
$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$|\Omega| = 6$
V dalším kroku zjišťujeme, které z možných výsledků jsou příznivé danému jevu – která čísla jsou dělitelná třemi.
$T = \{3, 6\}$
$|T| = 2$
Teď už víme vše, co potřebujeme k určení pravděpodobnosti.
$P(T) = \frac{|T|}{|\Omega|} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
Pravděpodobnost toho, že na kostce padne číslo dělitelné třemi je tedy $\frac{1}{3}$.

V pytli máme tři různé koule – zelenou, bílou a modrou. Jaká je pravděpodobnost, že vylosovaná koule není zelená?

Možné výsledky:
$\Omega = \{Z, B, M\} \ldots$ mohu vylosovat zelenou, bílou nebo modrou kouli
$|\Omega| = 3$
Příznivé výsledky:
$A = \{B, M\} \ldots$ vylosovaná koule není zelená – je bílá nebo modrá
$|A| = 2$
$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{2}{3}$
Pravděpodobnost, že vylosovaná koule není zelená, je rovna $\frac{2}{3}$.

Péťa, Katka

Výsledkové listiny

Tady najdete jen několik nejlepších řešitelů, pro úplné výsledkové listiny se podívejte na naše internetové stránky.

6. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Jan	Kačenka	5	6	0	5	-	1	17	45
2.	Klára	Mořkovská	3	2	0	3	5	1	14	36
3.-4.	Jakub	Kára	-	-	-	-	-	-	0	33
	Dušan	Morbitzer	1	1	0	3	5	1	11	33
5.	Ondřej	Šerek	-	-	-	-	-	-	0	6

7. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Barbara	Gaura	1	6	-	6	5	1	19	53
2.	Martin	Dušek	4	1	8	0	5	1	19	51
3.	Jan	Preiss	1	2	8	2	5	1	19	45
4.	Berenika	Čermáková	1	-	8	6	5	1	21	44
5.	Michal	Kresta	9	-	4	6	-	1	20	43
6.	Jan	Havelka	4	-	0	0	5	1	10	42
7.	Bára	Tížková	1	-	-	6	5	1	13	31
8.	Adéla	Hanková	1	-	0	2	5	1	9	24
9.	Zuzana	Nieslaniková	-	-	-	-	-	-	0	9
10.	Dominika	Čmielová	1	-	0	4	-	1	6	6
11.	Barbora	Plucnarová	1	-	0	-	1	1	3	3
12.	Simona	Ogrodzká	-	-	0	-	1	-	1	1

8. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Aleš	Krčil	9	5	8	6	5	1	34	73
2.	Alžběta	Maleňáková	9	6	8	6	5	1	35	70
3.	Ondřej	Beránek	4	6	6	3	5	1	25	57
4.	Matouš	Petřík	4	4	8	0	1	1	18	51
5.	Eliška	Červenková	4	2	-	3	5	1	15	47

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
6.	Tomáš	Nguyen	3	1	6	1	5	1	17	44
7.	Pavel	Vondráček	1	-	4	0	-	1	6	37
8.	Damian	Waloszek	1	6	2	-	5	1	15	36
9.	Martin	Karlík	4	-	0	0	5	1	10	31
10.	Adam	Poloček	2	0	0	2	5	1	10	29
11.	Magdalena	Poukarová	2	-	-	1	5	1	9	28
12.	Veronika	Aulichová	1	-	-	0	-	1	2	25
13.	Tomáš	Bajer	3	-	0	-	4	1	8	21
14.	Johana	Koberová	4	-	-	0	-	1	5	17
15.	Anastázie	Chalupová	1	-	0	0	1	1	3	13
16.	Tereza	Kotlasová	1	-	-	-	-	-	1	10
17.	Daniel	Smetana	-	-	-	-	-	-	0	7
18.	Barbora	Brabcová	-	-	0	3	-	1	4	4
19.	Lucie	Burgetová	1	-	0	1	-	1	3	3
20.	Anna	Gociek	0	0	-	-	1	1	2	2

9. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Anna	Kufová	9	6	8	6	5	1	35	74
2.	Daniel	Pišťák	9	3	8	1	5	1	27	61
3.	Marek	Janka	4	6	8	0	2	1	21	60
4.	Adam	Gaura	1	6	-	6	5	1	19	53
5.	Jan	Jedlička	-	-	-	-	-	-	0	31
6.	Matěj	Švanda	-	-	-	-	-	-	0	24
7.	Karolína	Škovronová	0	1	0	0	5	1	7	20
8.-9.	David	Šimon	-	-	-	-	-	-	0	13
	Michal	Štěpán	-	-	-	-	-	1	1	13
10.	Aleš	Lipl	-	-	-	-	-	-	0	10
11.	Daniel	Musil	1	1	0	-	5	1	8	8
12.	Tran	Ngoc Mai	-	-	-	-	-	-	0	4